

Streszczenie rozprawy doktorskiej

W niniejszej pracy doktorskiej przedstawione zostały teoretyczne własności procedury SLOPE w kontekście kontroli FDR dla regresji liniowej oraz logistycznej o gaussowskiej macierzy planu. W szczególności uzyskano ścisłą formułę na FDR dla SLOPE, dla dowolnej wypukłej i różniczkowalnej funkcji straty. Formuła ta zależy wyłącznie od gradientu funkcji straty wyznaczonego w estymatorze SLOPE (Twierdzenie 3.4). Następnie rozpatrujemy regresję liniową w klasycznej asymptotyce, gdy liczba kolumn w macierzy planu p jest stała a liczba obserwacji n rozbiega do nieskończoności. Dla takiego scenariusza dowiedziono, że wektor $\sqrt{n}(\hat{b}^{SLOPE} - b^0)$ jest ograniczony według prawdopodobieństwa, gdzie b^0 jest wektorem prawdziwych parametrów modelu (Twierdzenie 3.10). Ponadto wykazano, iż metoda SLOPE asymptotycznie kontroluje FDR oraz podano warunek na siłę sygnału zapewniający wysoką moc procedury (Twierdzenie 3.12). Zbadana została również asymptotyka wysoko-wymiarowa, w której p może znacznie szybciej rozbiegać do nieskończoności niż n . W tym kontekście udowodniono, że SLOPE kontroluje FDR, gdy $k(n)$ liczba niezerowych elementów w wektorze b^0 , spełnia warunek $k = o\left(\sqrt{\frac{n}{\log p}}\right)$ oraz siła sygnałów jest na poziomie zapewniającym asymptotyczną zbieżność mocy procedury do 1. Ponadto, wykazano iż SLOPE kontroluje FDR dla dowolnej siły sygnału, przy założeniu ograniczonej liczby niezerowych elementów k w wektorze b^0 . W ostatniej części doktoratu rozpatrujemy regresję logistyczną w klasycznej asymptotyce (p - stałe, n - rozbiega do nieskończoności). Dla takiego scenariusza udowodniono, że wektor $\sqrt{n}(\hat{b}^{SLOPE} - b^0)$ jest ograniczony według prawdopodobieństwa. Ponadto wykazano, iż SLOPE kontroluje FDR pod warunkiem zbieżności siły sygnału do zera w relatywnie wolnym tempie. Rezultat opisuje zachowanie SLOPE dla alternatyw kontyngualnych. Jest to główny obszar działania metody SLOPE, gdyż jednym z głównych celów procedury jest wykrywanie sygnałów na poziomie szumu (Twierdzenia 3.47, 3.50).