

Joanna Tumilewicz

Uniwersytet Wrocławski

## Problemy wyjścia dla spadków i wzrostów procesów Lévy'ego w wycenie kontraktów ubezpieczeniowych

Niech  $X_t$  będzie spektralnie ujemnym procesem Lévy'ego. Przez spadek/wzrost procesu  $X_t$  nazywamy

$$D_t = \overline{X}_t \vee y - X_t, \quad U_t = X_t - \underline{X}_t \wedge (-z),$$

gdzie  $\overline{X}_t = \sup_{0 \leq s \leq t} X_s$  i  $\underline{X}_t = \inf_{0 \leq s \leq t} X_s$  oraz  $y, z \geq 0$ .

Definiujemy pierwsze momenty przejścia dla tych procesów:

$$\begin{aligned} \tau_D^+(a) &= \inf\{t \geq 0 : D_t \geq a\}, & \tau_U^+(b) &= \inf\{t \geq 0 : U_t \geq b\}, \\ \tau_D^-(a) &= \inf\{t \geq 0 : D_t \leq a\}, & \tau_U^-(b) &= \inf\{t \geq 0 : U_t \leq b\}. \end{aligned}$$

Celem jest znalezienie wartości kontraktów

$$F(y, p) = \sup_{\tau \in \mathcal{T}} \mathbb{E} \left[ - \int_0^{\tau_D^+(a) \wedge \tau} e^{-rt} p dt - ce^{-r\tau} \mathbf{1}_{\{\tau < \tau_D^+(a)\}} + \alpha e^{-r\tau_D^+(a)} \mathbf{1}_{\{\tau_D^+(a) \leq \tau\}} \mid D_0 = y \right]$$

oraz

$$\begin{aligned} K(y, z, p) &= \sup_{\tau \in \mathcal{T}} \mathbb{E} \left[ - \int_0^{\tau_D^+(a) \wedge \tau_U^+(b) \wedge \tau} e^{-rt} p dt - ce^{-r\tau} \mathbf{1}_{\{\tau < \tau_D^+(a) \wedge \tau_U^+(b)\}} \right. \\ &\quad \left. + \alpha e^{-r\tau_D^+(a)} \mathbf{1}_{\{\tau_D^+(a) < \tau_U^+(b) \wedge \tau\}} \mid D_0 = y, U_0 = z \right], \end{aligned}$$

gdzie wszystkie parametry są nieujemne i oznaczają:  $p$  – wysokość składki,  $r$  – stopę procentową,  $\alpha$  – wysokość wypłaty,  $c$  – wysokość kary za wycofanie się z kontraktu,  $a$  i  $b$  – poziomy spadek i wzrostu procesu  $X_t$ .

Dowód głównych rezultatów oparty jest o twierdzenie weryfikacyjne oraz o identyfikację następujących funkcjonałów:

$$\begin{aligned} \xi(y) &= \mathbb{E} \left[ e^{-r\tau_D^+(a)} \mid D_0 = y \right], \\ \nu(y, z) &= \mathbb{E} \left[ e^{-r\tau_D^+(a)}; \tau_D^+(a) \leq \tau_U^+(b) \mid D_0 = y, U_0 = z \right], \\ \lambda(y, z) &= \mathbb{E} \left[ e^{-r\tau_U^+(b)}; \tau_U^+(b) < \tau_D^+(a) \mid D_0 = y, U_0 = z \right]. \end{aligned}$$

Referat jest oparty o wspólną pracę z Z. Palmowskim [1] oraz o pracę Mijatovica i Pistoriusa [2].

### Bibliografia

- [1] Palmowski, Z. i Tumilewicz, J. (2016). Fair valuation of drawdown polices derived by a spectrally negative Lévy processes. *Złożony do publikacji*
- [2] Mijatovic, A. i Pistorius, M.R. (2012) On the drawdown of completely asymmetric Lévy process. *Stochastic Processes and their Applications*, **122(11)**, 3812–3836