EGZAMIN NAUCZYCIELSKI (31 MAJA 2010)

MATEMATYKA

Zad. 1. Opisz technikę sprytnego mnożenia przez: a) 50, b) 99

Zad. 2. Podaj schemat obliczeń i dokładną wartość liczby $1122334455 \cdot 66778899$. Z jakich praw działań korzystałeś?

Zad. 3. Uzasadnij niewymierność liczb: a) $\sqrt{6}$, b) $\log_2 5$. Podaj wszystkie fakty, z jakich korzystasz.

Zad. 4. Skonstruuj kwadrat wpisany w dany trójkąt. Podaj a) opis konstrukcji, b) dowód poprawności, c) analizę liczby rozwiązań

Zad. 5. Zanotuj przejrzyście rozwiązanie zadania:
W trójkącie ABC przedłużono bok AB poza wierzchołek B i odłożono taki odcinek BD, że $|BD|=|BC|$, a następnie połączono punkty C i D. Wykaż, że $|\angle CDA|=0{,}5|\angle CBA|$.

Zad. 6. Jakich pojęć matematycznych dotyczy poniższe zadanie? Przeformułuj je, jak najmniej zmieniając treść, tak aby dotyczyło innego, pokrewnego pojęcia. Jakie to pojęcie?
W chwilę po starcie Superman jest w odległości 12 km od Ziemi i w ciągu każdej sekundy zwiększa swą odległość dwukrotnie. Kiedy doleci do Księżyca?

Zad. 7. Uzasadnij lub obal bez obliczania: $\cos\frac{\pi}{5} < \sin\frac{3\pi}{7}$.

Zad. 8. Rozwiąż równanie $|5+xy|=5+xy$, traktując je jako: a) równanie z dwiema niewiadomymi, b) równanie z niewiadomą x i parametrem y.

Zad. 9. Uczeń ma udowodnić, że jeżeli na równoległoboku można opisać okrąg, to jest on prostokątem. Pisze tak: *Warunkiem opisywalności okręgu na czworokącie jest to, żeby suma przeciwległych kątów wynosiła 180°. W prostokącie warunek ten jest spełniony, zatem jeżeli na równoległoboku można opisać okrąg, to jest on prostokątem.* Czy to rozumowanie jest poprawne? Dlaczego tak lub nie?

Zad. 10. Rozwiąż bez zbędnych rachunków. Ze wszystkich zwierząt najwięcej wody zawiera żebropław - aż 99%. Po częściowym osuszeniu zwierzę to zawierało 98% wody. O ile procent zmniejszyła się jego waga?

Zad. 11. Popraw błędy w zapisie dat (o ile takie są) i napisz, na czym polegają:
a) 4.11.1966, b)27.VII.1988, c) 6-ty października 2022, d) 12 Maja 1999, e) 13 kwiecień 1666

Zad. 12. Popraw interpunkcję w tych zdaniach:
a) Sprawdź czy n jest większe czy nie większe niż $\sqrt{2}$.
b) Podaj w jakich ćwiartkach współrzędnych leżą punkty A i B.
c) Są ujemne dlatego że ich iloczyn jest dodatni a suma ujemna.

Zad. 13. Uzupełnij nazwiska: Nagroda za zdobycie I m w szkolnym konkursie matematycznym dla:
a) Hugo Hojka, b) Kaja Kiełbasa, c) Violetta Cichy, d) Steve Young, e) Natalia Bryndza, f) Józef Bunkier

EGZAMIN NAUCZYCIELSKI (18 CZERWCA 2010)

MATEMATYKA

Zad. 1. Opisz technikę dzielenia przez 2 na liczydle.

Zad. 2. Podaj schemat obliczeń i dokładną wartość liczby 13^{10}. Z jakich praw działań korzystałeś?

Zad. 3. Uzasadnij, że liczba naturalna o sumie cyfr 47 nie może być kwadratem liczby całkowitej. Podaj wszystkie fakty, z jakich korzystasz.

Zad. 4. Jakie cyfry należy wpisać w liczbie 3120000001?? w miejsce znaków zapytania, aby otrzymać liczbę dającą przy dzieleniu przez 72 resztę 5? Rozwiąż to zadanie, potem podaj jego wersję prostszą i trudniejszą (do rozwiązania w serii zadań dla ucznia).

Zad. 5. Dla danego kąta i jego punktu wewnętrznego skonstruuj okrąg wpisany w ten kąt i przechodzący przez dany punkt. Podaj a) opis konstrukcji, b) dowód jej poprawności, c) analizę liczby rozwiązań.

Zad. 6. Zanotuj przejrzyście rozwiązanie zadania: W trójkącie prostokątnym ekierkowym (o kątach 30° i 60°) środek okręgu wpisanego połowi środkową poprowadzoną z wierzchołka kąta prostego.

Zad. 7. Uzasadnij lub obal bez obliczania: sin 5 <sin 5°.

Zad. 8. Rozwiąż równanie |x/y| = x, traktując je jako: a) równanie z dwiema niewiadomymi,
b) równanie z niewiadomą *x* i parametrem *y*.

Zad. 9. Czy liczba danych jest wystarczająca do rozwiązania poniższego zadania? Jeśli nie – uzasadnij, jeśli tak – rozwiąż. Liczba naturalna *m* jest o 25% większa od liczby naturalnej *n*. O ile procent największy wspólny dzielnik liczb *m* i *n* jest mniejszy od ich najmniejszej wspólnej wielokrotności?

Zad. 10. Natalia stoi nad rzeką. Na przeciwległym brzegu rośnie okazała sosna. Jak dziewczynka może obliczyć szerokość rzeki? Jakich potrzebuje przyrządów?

Zad. 11. Uczeń ma uzasadnić, że liczba $\sqrt{3-\sqrt{8}}+\sqrt{2}$ jest niewymierna. Prowadzi dowód „nie wprost". Skomentuj popełnione błędy (o ile są).

Niech $\sqrt{3-\sqrt{8}}+\sqrt{2} = w$ i jest wymierne. Wtedy $w-\sqrt{2}=\sqrt{3-\sqrt{8}}$. Podnoszę obie strony do kwadratu: $w^2-2\sqrt{2}w+2=3-2\sqrt{2}$. Przenoszę wszystko na jedną stronę: $2\sqrt{2}(-w+1)+(w-1)(w+1)=0$. Dziele tę nierówność stronami przez *w*-1 i otrzymuję równość: $-2\sqrt{2}+w+1=0$, a to daje sprzeczność z założeniem o wymierności *w*. Jest to więc liczba niewymierna.

Zad. 12. Zapisz poprawnie nazwy pojęć matematycznych podane fonetycznie:

a) twierdzenie banaha sztejnhauza
b) teoria niutona lajbnica
c) ciong fibonacziego
d) wzur Kramera

Zad. 13. Uzupełnij zdania, korzystając z poniższych danych. Nazwę miesiąca wpisz słowami. Jeśli trzeba, popraw błędy.
Dyplom ukończenia klasy V z wyróżnieniem dla ………….. urodzonego/ej …………….. w ……………..

	imię i nazwisko	data urodzenia	miejsce urodzenia
a)	Klaudia Chudzia	15 X 1988	Krasnystaw
b)	Magda Stanke	22 II 2001	Duszniki Zdrój
c)	Kamil Kuzia	17 IV 1999	Złotoryja
d)	Iwo Nguyen	24 XII 2008	Nowa Dęba

EGZAMIN NAUCZYCIELSKI (8 GRUDNIA 2010)

MATEMATYKA

Zad. 1. Uczeń szkoły podstawowej rozwiązywał takie zadanie: *Na obozie dwóch harcerzy obrało 400 ziemniaków, przy czym jeden z nich obierał 3 ziemniaki na minutę, a drugi 2, za to robił to o 25 minut dłużej. Ile czasu każdy z nich obierał ziemniaki?*. Rozwiązanie ucznia było następujące*: 400:2=200, 200 nie dzieli się przez 3, wiec biorę 210, 210:3=70, 70+25=95. Jeden harcerz obierał ziemniaki 70 minut, a drugi 95 min*ut. Napisz krótki komentarz do tego rozwiązania i oceń je w skali 2-5.

Zad. 2. Opisz technikę mnożenia na liczydle przez 21.

Zad. 3. Jak poprawnie zapisać i przeczytać podane liczby:
a) 90, b) 66, c) 600

Zad. 4. Czy liczba danych jest wystarczająca do rozwiązania poniższego zadania? Jeśli nie – uzasadnij, jeśli tak – rozwiąż. *Na film „Reksio i tajemnicza psia buda" przyszło kilkadziesiąt osób, z których dokładnie połowa to były panie. W chwilę po rozpoczęciu projekcji weszła jeszcze jedna pani i wtedy stanowiły one po zaokrągleniu do części dziesiątych 51,3% widzów. Ile osób przyszło do kina?*

Zad. 5. Jakie są trzy pierwsze cyfry rozwinięcia liczby $\sqrt{2}$ a) dziesiętnego, b) trójkowego, c) w ułamek egipski, d) w ułamek łańcuchowy. Jaki jest typ każdego z tych rozwinięć?

Zad. 6. Popraw błędy w sformułowaniach definicji liczby wymiernej. Jeśli któraś z definicji nie jest poprawna, uzasadnij, dlaczego.

a) Liczba wymierna to iloraz liczby całkowitej przez liczbę naturalną.
b) Liczba wymierna to iloraz liczb całkowitych.
c) Liczba jest wymierna wtedy i tylko wtedy, gdy ma skończone lub okresowe rozwinięcie.

Zad. 7. Dany jest prostokąt *ABCD*. Okręgi o średnicach *AB* i *AD* przecinają się w punktach *A* i *P*. Wykaż, że punkty *B, P* i *D* leżą na jednej prostej. Zapisz przejrzyście rozwiązanie. Uogólnij obserwację z zadania.

Zad. 8. Rozwiąż poniższe zadanie metodami geometrii a) syntetycznej b) analitycznej c) wektorowej i skomentuj te rozwiązania. *Udowodnij, że długość linii łączącej środki ramion trapezu jest średnią arytmetyczną długości podstaw tego trapezu.*

Zad. 9. Rozwiąż równanie z niewiadomą x i parametrem a:$|x|+|x\text{-}1| =a$ a) algebraicznie b) geometrycznie.

Zad. 10. Przekształć podane zdania wg wzoru.

- Autorem „Pana Tadeusza" jest Adam Mickiewicz.
  „Pan Tadeusz" to książka Adama Mickiewicza.
- Autorem …... jest Hugo Steinhaus
  „Kalejdoskop matematyczny" to książka ……
- Autorem …… jest Franciszek Leja
  „Teoria funkcji zespolonych" to książka ……
- Autorką …… jest Maja Włoszczowska
  „Złoty pedał i ja" to książka ……
- Autorką …… jest Daria Chudzia
  „Trygonometria dla opornych w obrazkach" to książka ……
- Autorem …… jest John Perepeczko.
  „Wesoły Moniuszko" to książka ……
- Autorem …… jest Jan Nowek.
  „Mecze matematyczne" to książka ……

II PRZEDMIOT SPECJALNOŚCIOWY – INFORMATYKA

Zad. 1. Zdefniowano procedury:

proc1(*n*):
{
jeśli *n*>1, wykonaj proc1(*n*/2);
wyświetl wartość *n*
}

proc2(*n*):
{
wyświetl wartość *n*;
jeśli *n*>1, wykonaj proc2(*n*/2)
}

Jaki efekt będzie miało wywołanie *proc1*(1024)? A *proc2*(1024)? Uzasadnij!

Zad. 2. Komórki arkusza kalkulacyjnego wypełniono, jak obok, a następnie B2 skopiowano do B3.

a) Objaśnij, jaka formuła się tam pojawi i jaką da wartość.

b) Jak zmieniłaby się odpowiedź, gdyby w B2 było na początku „=suma(A$1:B$1)”?
A „=suma(A$1:B1)”?

	A	**B**
1	1	100
2	2	=suma(A1:B1)
3	3	

II PRZEDMIOT SPECJANOŚCIOWY – JĘZYK ANGIELSKI

Zad. 1. Uzupełnij tabelkę, podając wszystkie możliwe warianty.

	Jeśli przytaczana wypowiedź miała miejsce w przeszłości	Jeśli przytaczana jest wypowiedź aktualna
They: (1)	They said that they were not happy about that.	(4)
Joan: *I really enjoyed it yesterday!*	(2)	(5)
Paul and Mary: *We will come for sure!*	(3)	(6)

Zad. 2. Pogrupuj wyrazy wg wymowy ich pierwszej (ew. jedynej) samogłoski:
love, *laugh*, *cough*, *come*, *blood*, *father*, *family*, *cat*, *cut*, *up*, *hut*, *half*, *luck*, *touch*, *double*, *mother*

EGZAMIN NAUCZYCIELSKI (10 STYCZNIA 2011)

MATEMATYKA

Zad. 1. Opisz sposób sprytnego mnożenia przez 1001 liczb co najwyżej czterocyfrowych.

Zad. 2. Odpowiedz na pytania.

a) Jaki wspólny mianownik trzeba znaleźć, aby dodać dwa ułamki zwykłe?
b) Jaki jest wspólny mianownik ułamków 3, 5, i $\frac{1}{3}$?
c) Jakie prawo arytmetyki uzasadnia, że $\frac{1}{3}$ z 3% = 2% z $\frac{1}{2}$?
d) Jak nazywa się w arytmetyce prawo wyłączania wspólnego czynnika przed nawias?
e) Czy potęgowanie jest rozdzielne względem mnożenia? Uzasadnij.

Zad. 3. Janek zapisał w zeszycie podane niżej cechy podzielności liczb. Czy są one poprawne? Jeśli nie, wskaż błędy i popraw je.

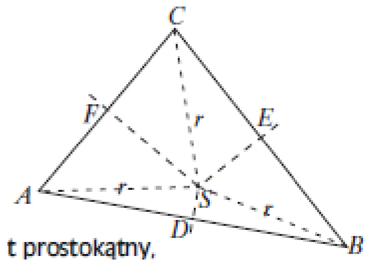
a) Liczba jest podzielna przez 9, jeśli jej suma cyfr jest podzielna przez 9.
b) Liczba jest podzielna przez 4 wtedy i tylko wtedy, gdy jej dwie ostatnie cyfry są podzielne przez 4.
c) Liczba jest podzielna przez 8 wtedy i tylko wtedy, gdy jest jednocześnie podzielna przez 4 i 2.

Zad. 4. Janek przeprowadził następujące rozumowanie, ale nie wie, gdzie popełnił błąd. Wyjaśnij to.

$4=\sqrt{(-4)^2}=\left((-4)^2\right)^{\frac{1}{2}}=(-4)^{2\cdot\frac{1}{2}}=(-4)^{\frac{1}{2}\cdot 2}=\left((-4)^{\frac{1}{2}}\right)^2=\left(\sqrt{-4}\right)^2=$??? ta wartość nie istnieje!!!

Zad. 5. Na próbnym egzaminie gimnazjalnym 2010 było następujące zadanie: Na trójkącie *ABC* opisano okrąg o środku *S*. Długość najkrótszego z boków trójkąta *ABC* wynosi 10 cm. Odległości środka *S* od boków trójkąta wynoszą 5 cm, 7 cm i 12 cm. Oblicz pro mień okręgu opisanego na trójkącie *ABC* i obwód tego trójkąta.

a) Rozwiąż zadanie, zapisując przejrzyście rozumowanie.
b) Skomentuj schemat oceniania zadania:



Za poprawne ustalenie położenia S względem boków trójkąta ABC – 1 pkt (patrz rys).
Za poprawne wyznaczenie wartości *r* – 1 pkt
Za podanie poprawnej metody wyznaczenia długości pozostałych boków – 1 pkt
Za poprawne obliczenie obwodu trójkąta – 1 pkt

Zad. 6. Co można powiedzieć o:

a) polach podstaw
b) polach powierzchni bocznych
c) polach powierzchni całkowitych
d) promieniach kul wpisanych
e) promieniach kul opisanych

graniastosłupa i ostrosłupa, które mają takie same objętości i równe wysokości?

Zad. 7. Nauczyciel zapisał na tablicy równanie z kilkoma niewiadomymi: $a^2+b^2+c^2+d^2+e^2 = 0$ i polecił rozwiązać je w liczbach całkowitych. Jacek stwierdził, że jest to równanie oznaczone i podał pierwiastek, a Agatka, że sprzeczne.

a) Co oznaczają terminy użyte przez uczniów?
b) Jaki pierwiastek podał Jacek?
c) Nauczyciel poprosił, aby uczniowie uzasadnili swoje opinie, i okazało się, że oboje mieli rację. Jak to wytłumaczyć?
d) Co spowodowało powyższy problem w tym zadaniu? Jak można go było uniknąć?

Zad. 8. O funkcji *f* określonej na R wiadomo, że spełnia następujące warunki: $f(3\text{-}x) = f(x) = f(6\text{-}x)$. Uzasadnij, że jest to funkcja:

a) parzysta
b) okresowa (jaki ma okres?)

Zad. 9. Sformułuj i uzasadnij twierdzenie sinusów.

Zad. 10. Jak poprawnie wymawiać te terminy? Jak poprawnie zapisać te terminy?

a) wzory Viète'a	e) [trójka pitagorejska]
b) definicja wg Cauchy'ego	f) [konstrukcja platońska]
c) twierdzenie Bézouta	g) [geometria łobaczewskiego]
d) schemat Bernoulliego	h) [wielościan archimedesowy]

II PRZEDMIOT SPECJALNOŚCIOWY – INFORMATYKA

1. Uczeń zapisał definicję:

```
int f(int n)
{
    if (n<10) return 0;
    return n%10+f(n/10);
}
```

Co oblicza $f(n)$ dla $n \in \mathbf{N}$? Uzasadnij! Dla jakich $n \in \mathbf{N}$ obliczenie $f(n)$ wymaga sześciu wywołań tej funkcji? Jak poprawić tę definicję, żeby liczyła coś, co przydaje się w szkole?

2. Komórki arkusza kalkulacyjnego wypełniono jak obok, a następnie wiersz 2 skopiowano do obszaru A3:D100. Objaśnij, jakie formuły pojawią się w wierszu 100 i jakie dadzą wartości.

	A	**B**	**C**	**D**
1	1	1	1	1
2	=A1+1	=(-1)^A2	=C1+B2	=suma(C$1:C2)

EGZAMIN NAUCZYCIELSKI (13 STYCZNIA 2012)

MATEMATYKA

1. Na sprawdzianie dla SP pojawiło się takie zadanie w formie testu jednokrotnego wyboru:
   Automat w ciągu 10 sekund napełnia jednocześnie 5 butelek. Ile butelek napełni w ciągu minuty?
   A. 300 B. 50 C. 30 D.25
   Rozwiąż to zadanie i skomentuj.
2. Ile razy w ciągu doby wskazówki zegara są a) prostopadłe, b) równoległe?
   Rozwiąż to zadanie i skomentuj.
3. W pewnym sześciokącie każde dwa kolejne boki są prostopadłe. Długości boków tego wielokąta są liczbami 3, 5, 6, 8, 10, 16 (niekoniecznie w takiej kolejności). Jakie pole ma ten sześciokąt?
4. W podręczniku gimnazjalnym jest takie zadanie: W szkole uczy się 561 uczniów, w tym 240 dziewcząt. O ile procent więcej jest w tej szkole chłopców niż dziewcząt?
   Uczeń rozwiązał zadanie tak: 561 uczniów stanowi 100%, z czego 42,78% to dziewczęta, a 57,22% to chłopcy zatem chłopców jest o 14,44% więcej.
   Skomentuj to rozwiązanie i oceń w skali 1-6.
5. Wybieramy jedną przekątną dziewięciokąta. W ilu co najwyżej punktach mogą ją przeciąć inne przekątne tego wielokąta? Zapisz starannie uzasadnienie odpowiedzi.
6. Wytłumacz na poziomie a) SP, b) GM, c) LO, dlaczego nie można dzielić przez 0.
7. Rozwiąż równanie z niewiadomą x i parametrem p (matura próbna):
   $$\frac{x^2+2px+p^2}{x^2-p^2}=0$$
8. Podczas meczu matematycznego rozwiązywano zadanie: Wyznaczyć wszystkie takie pary liczb p, q, takie że p i q są pierwiastkami równania $x^2+px+q=0$.
   Drużyna A rozwiązała zadanie tak: Liczby p i q są pierwiastkami tego równania wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzi tożsamość $x^2+px+q=(x-p)(x-q)$. Przez porównanie współczynników prawej i lewej strony wyznaczyli 2 pary liczb spełniające warunki zadania.
   Protest zgłosiła drużyna przeciwna twierdząc, że są trzy takie pary. Wykazała to tak: Liczby p i q są pierwiastkami podanego równania wtedy i tylko wtedy, gdy $p^2+p^2+q=0$ oraz $q^2+pq+q=0$. Wyznaczając q z drugiego równania i wstawiając do pierwszego, otrzymali 3 pary liczb spełniające warunki zadania.
   Dlaczego oba sposoby rozwiązania prowadzą do różnych odpowiedzi? Oceń i skomentuj.
9. W regionie dolnośląskim mieszka 289.500 młodych ludzi (wiek 14-25 lat). Zbadano, że wydatki tych osób na pisma młodzieżowe w ciągu miesiąca podlegają rozkładowi normalnemu ze średnią 15,4 zł i odchyleniem standardowym 2,3 zł. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wydatki te nie przekroczą 17 zł? Ilu młodych ludzi przeznacza na pisma młodzieżowe ponad 13 zł?
10. Wskaż niepoprawne zapisy:
    klasa dwudziestoosobowa klasa 20 osobowa klasa 20.osobowa klasa XX osobowa
    klasa 20-sto osobowa klasa 20-osobowa klasa 20-to osobowa klasa 20-stoosobowa
    klasa 20-toosobowa.
11. Uzupełnij dokument korzystając z tabeli danych.

l.p.	imię i nazwisko	data urodzenia	miejsce urodzenia
1.	Kaja Diduszko	12-02-1988	Duszniki-Zdrój
2.	Iwo Furtek	12-02-1988	Bielsko-Biała
3.	Antek Kwiecień	12-02-1988	Siechnice
4.	Alex Szewiało	12-02-1988	Kolbuszowa

Wzór:
Duplikat świadectwa wystawionego na nazwisko Kornelii Świtały
urodzonej we Wrocławiu dnia: ……. (miesiąc wpisać: a) słownie, b) cyframi rzymskimi, c) cyframi arabskimi, ale bez myślników, d) zaczynając od roku

II PRZEDMIOT SPECJALNOŚCIOWY – INFORMATYKA

Zadanie 1. Przeanalizuj działanie poniższego algorytmu dla:
i) $a = 15$, $b = 20$;
ii) $a = 43$, $b = 7$;
iii) $a = 999$, $b = 6$.
Jaką wartość ma zmienna d po zakończeniu jego działania dla dowolnych a i b całkowitych dodatnich? Uzasadnij!

- Do d wpisz wartość a.
- Dopóki a nie dzieli się przez d lub b nie dzieli się przez d, zmniejszaj d o 1.

Dodatkowo dla poziomu magisterium
Oblicz, ile sprawdzeń podzielności wykona ten algorytm przy $a = 999$, $b = 6$. Dlaczego od razu wiadomo, że ogromna część z nich jest zbędna? Zaproponuj, jak ulepszyć ten algorytm, żeby tak się nie działo.

Zadanie 2. We wszystkie komórki obszaru A1:D1 arkusza kalkulacyjnego wpisano 10, w komórki z obszaru A2:D2 wpisano 6, w A3 – „=A1+A$2”, w B3 – „=SUMA($A1:B2), w C3 – „=JEŻELI(C1+C2>10; C1+C2–10;C1+C2)”, a w D3 – „JEŻELI(D1>7;JEŻELI(D2>7;10;6);10)”.
Formuły z obszaru A3:D3 skopiowano do obszaru A4:D100.
Jakie formuły i jakie wartości są wówczas w: A5, B5, C5, D5?

Dodatkowo dla poziomu magisterium
Uczeń mówi: *W kolumnie C wychodzą reszty z dzielenia przez 10*. Czy ma rację? Dlaczego?

EGZAMIN NAUCZYCIELSKI (17 LUTEGO 2012)

MATEMATYKA

1. Gdy pani Kowalska zaczyna uczyć w kl. IV SP, jak się mierzy długość, prosi dzieci, aby zmierzyły szerokość książki za pomocą a) spinacza, b) ołówka. Dlaczego nauczycielka rozpoczyna naukę w ten sposób, zamiast od razu nauczyć posługiwania się linijką? Podaj co najmniej dwa istotne dydaktycznie powody.

2. Rozwiąż poniższe zadanie: a) arytmetycznie, b) algebraicznie oraz skomentuj te rozwiązania. W karawanie są dromadery i wielbłądy dwugarbne. W sumie w karawanie jest 50 garbów i 136 nóg. Ile których zwierząt idzie w karawanie?

3. Kiedy po raz pierwszy w ciągu doby wskazówki są: a) prostopadłe, b) równoległe?
Rozwiąż zadanie na poziomie SP, GIM, LO i skomentuj.

4. Jaka liczba jest równa podwojonemu iloczynowi swoich cyfr? Odpowiedź starannie uzasadnij.

5. W pewnym podręczniku do gimnazjum jedno z zadań brzmi: Zaznacz, które zdania są prawdziwe.
a) Wielokąt foremny ma środek symetrii.
b) Kwadrat to taki czworokąt, którego przekątne są równej długości.
Rozwiąż to zadanie i skomentuj.

6. Firma TIR przekazała firmie TAR towary o wartości 140000 zł. Strony uzgodniły, że firma TAR wpłaci przy zakupie 30000 zł, przez kolejnych 7miesięcy będzie wpłacać na rachunek firmy TIR po 9000 zł, a resztę zobowiązania ureguluje za 8miesięcy. Jaka to będzie kwota, skoro miesięczne oprocentowanie wynosi 1,75%?

7. Wytłumacz na poziomie a) GIM, b) LO, dlaczego zerowa potęga liczby różnej od zera wynosi 1. Osobno omów przypadek liczby zero.

8. Rozwiąż równanie $|x|+|x-2| = a$ z niewiadomą x i parametrem a: a) algebraicznie, b) geometrycznie oraz skomentuj te rozwiązania.

9. Jakie jest prawdopodobieństwo, że dwie losowo wybrane przekątne ścian graniastosłupa prawidłowego stukątnego będą równoległe?

10. Uczniowie podpisali się na klasówce: a) Władziu Reymont, b) Jagienka Boryna. Co ty na to?

11. Odmień wyrazy w nawiasach. Z (Jastrzębie-Zdrój) Hali Milenijnej słuchacie relacji swojego ulubionego reportera (Adam Zadyszko). Jest (17 II) roku (pan) 2012. W finałach Ogólnopolskich (mecze) Matematycznych spotkały się reprezentacje różnych miast. Wrocław gra z (Bielsko-Biała), Kraków z (Zakopane), Ostrołęka z (Kędzierzyn-Koźle), a Koluszki z (Ruciane-Nida). Kto wygra? Czy na podium staną (nazwa mieszkańców miasta Wrocław), czy też (nazwa mieszkańców miasta Kraków), a może (nazwa mieszkańców Górnego Śląska) lub (nazwa mieszkańców Mazur)?

II PRZEDMIOT SPECJALNOŚCIOWY – INFORMATYKA

Zad. 1. Zdefniowano procedury:

```
proc1(n):
{
jeśli n>0, wykonaj proc1(n–2);
wyświetl wartość n
}
```

```
proc2(n):
{
wyświetl wartość n;
jeśli n>0, wykonaj proc2(n–2)
}
```

Jaki efekt będzie miało wywołanie *proc1*(11)? A *proc2*(11)? Uzasadnij!

Zad. 2. Obszar A1:A1000 arkusza kalkulacyjnego wypełniono danymi. Co należy zrobić (co gdzie wpisać), aby obszar B1:B1000 wypełnił się sumami częściowymi ciągu (A*n*), tzn. tak, aby komórka B*n* zawierała wartość A1+A2+...+A*n*, jeśli chcemy obliczyć te sumy dzięki zależności:

a) $\mathrm{B}n=\sum_{i=1}^{n}\mathrm{A}i$, b) $\mathrm{B}(i+1) = \mathrm{B}(i)+\mathrm{A}(i+1)$?

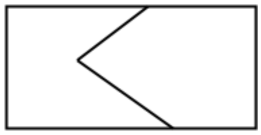
Czy rozwiązania a) i b) wypełnią kolumnę B równie szybko? Dlaczego?

EGZAMIN NAUCZYCIELSKI (15 STYCZNIA 2013)

MATEMATYKA

Zad. 1. (3 pkt) Na hali Gąsieniczkowej pasie się stado owiec i baranów. Liczba głów zwierząt pomnożona przez liczbę ich nóg i przez liczbę baranich języków wynosi 588. Ile jest na hali zwierząt każdej płci?

Zad. 2. (3 pkt) Pola Kargula i Pawlaka graniczą w sposób pokazany na rysunku. Jak przeprowadzić podział ziemi, aby części zachowały dotychczasowe pole, ale granica między nimi przebiegała wzdłuż linii prostej? Uzasadnij.



Zad. 3. (4 pkt) Prawda czy fałsz? Odpowiedz i skomentuj.
a) Romb to czworokąt, który ma prostopadłe przekątne.
b) Kwadrat to czworokąt, który ma wszystkie kąty proste.

Zad. 4. (3 pkt) Wytłumacz uczniowi, gdzie popełnił błędy i rozwiąż poprawnie poniższe zadanie:
Ile kilogramów soli należy dodać do 2 kg 10-procentowego roztworu soli, aby otrzymać roztwór 20-procentowy? Zakładamy, że gęstość roztworu jest równa gęstości wody.
Rozwiązanie ucznia:
S_1 = 10%, S_2= 20 %. Wielkości te są odwrotnie proporcjonalne:

Stężenie:	10%	20%
Masa:	2 kg	*x* kg

Zatem ilorazy powinny być sobie równe.
$\frac{10\%}{2} = 5$ i $\frac{20\%}{x} = 5$. Odpowiedź 4 kg.

Zad. 5. (2 pkt) Odległość Ziemia – Słońce wynosi 150 milionów km. Prędkość światła to 300 000 km/s. Światło dociera ze Słońca na Ziemię w ciągu 8 minut. Gdyby Słońce wzeszło dziś o 6 i w tej samej chwili prędkość światła w jakiś niewytłumaczalny sposób wzrosła dwukrotnie, to o której godzinie Słońce wzejdzie jutro?

Zad. 6. (4 pkt) Sformułuj i udowodnij warunek równoważny wpisywalności czworokąta w okrąg.

Zad. 7. (3 pkt) Trysekcja kąta. Końce łuku okręgu łączymy cięciwą *AB*. Odcinek *AB* dzielimy na trzy jednakowe części punktami *K* i *L* (patrząc od *A*). Następnie prowadzimy cztery półproste o początkach w środku okręgu *O* przechodzące kolejno przez punkty *A*, *K*, *L*, *B*. Czy ten sposób trysekcji kąta AOB jest poprawny? Uzasadnij i skomentuj.

Zad. 8. (3 pkt) Trysekcja kąta. Dany jest kąt o mierze α i wierzchołku *O*. Przedłużamy jedno z ramion poza wierzchołek, otrzymując prostą *l*. Z punktu *O* kreślimy półokrąg o dowolnym promieniu *r* i średnicy zawartej w *l*. Punkt przecięcia drugiego ramienia kąta z tym okręgiem oznaczamy *P*. Na linijce zaznaczamy punkty *A* i *B* leżące w odległości *r*. Podpieramy linijkę w punkcie *P* i przesuwamy w taki sposób, aby punkt *B* poruszał się po narysowanym półokręgu. Robimy to do momentu, aż punkt *A* wypadnie na prostej *l*. Rysujemy prostą przechodzącą przez *P* i ustalone wcześniej punkty *A* i *B*. Otrzymujemy jako wynik kąt *PAO*. Czy ten sposób trysekcji kąta α jest poprawny? Uzasadnij i skomentuj. Wykonaj rysunek.

Zad. 9. (3 pkt) W worku zmieszano ziarno jęczmienia i pszenicy, z czego 35% stanowi jęczmień. Pobrano próbkę 400 ziaren. Jakie jest prawdopodobieństwo, że ziaren jęczmienia będzie w niej ponad 160?

Zad. 10. (4 pkt) Popraw i skomentuj błędy w zapisach:
a) Nieprawda że x=3 i x=6 <=> x≠3 lub x≠6.
b) Dane są liczby: 15, 21, 11, 12, 13, 24, 5. Wypisz podzielne przez 3 i niepodzielne przez 4.
c) Miljon to bardzo duża cyfra. Jest dzielnikiem dwódziestki dlatego bo dzieli się na 4 i 5 a 20=5·4. Ale nie jest wielokrotnością trujki dlatego, że jej cyfry dają nam sume 1 a we środę na matematyce było muwione, że liczba dzieli się na 3, jeśli ma sumę cyfr, ktura jest podzielna przez 3.

Zad. 11. (5 pkt) Skreśl niepoprawne wersje

XXI wiek	XX-y I-y wiek	21-szy wiek
XXI. wiek	XX-sty I-wszy wiek	21-y wiek
XXI-wszy wiek	21 wiek	20-ty pierwszy wiek
XXI-szy wiek	21. wiek	dwudziestypierwszy wiek
XXI-y wiek	21-wszy wiek	dwudziesty pierwszy wiek

II PRZEDMIOT SPECJALNOŚCIOWY – INFORMATYKA

Zad. 0. $f(0)=0$, a dla $n>0$ $f(n)$ ma wartość $f(n-1)+n$, jeśli $2|n$, i $f(n-1)-n$ w przeciwnym razie.
a) Oblicz $f(2013)$. b) Czy dla wszystkich naturalnych n po wykonaniu poniższego algorytmu $x = f(n)$? Uzasadnij!

```
do x wpisz 0;
dla i od 0 do n:
   jeśli i mod 2 > 0, zmniejsz x o i, w przeciwnym razie zwiększ x o i;
```

Dodatkowo dla poziomu magisterium
Podaj jawny wzór na $f(n)$, nie używając wielokropka ani znaku Σ.

Zad. 1. Excelowa funkcja „wiersz()" daje nr wiersza, w którym znajduje się komórka, gdzie ją wpisano.
Jeśli do A1 wpisać „=1/(-2)^wiersz()" i formułę tę skopiować do końca kolumny A, to od pewnego miejsca pojawią się w niej zera. Dlaczego? Jeśli ostatnią niezerową zawartością okaże się „2,2E-308", to jaka jest zawartość komórki powyżej? Wyjaśnij.

Dodatkowo dla poziomu magisterium
Co pojawi się w komórce C2 tego arkusza, jeśli wpisać w nią „=SUMA(A1:A$54321)"?

EGZAMIN NAUCZYCIELSKI (13 MARCA 2013)

MATEMATYKA

Zad. 1. (3 pkt) Rozwiąż zadanie, używając wyłącznie metod arytmetycznych.
W Smoczej Jamie żyły smoki czerwone i zielone. Każdy czerwony smok miał 6 głów, 8 nóg i 2 ogony, a każdy zielony smok miał 8 głów, 6 nóg i 4 ogony. Wszystkich ogonów było 44, a zielonych nóg było o 6 mniej niż czerwonych głów. Ile czerwonych, a ile zielonych smoków żyło w tej jamie?

Zad. 2. (3 pkt) Wypunktuj wiadomości potrzebne do rozwiązania tego zadania i podaj jego wynik.
Ile dni minęło od początku XVII wieku do końca lutego 2013?

Zad. 3. (3 pkt) Czy to zadanie ma wystarczająco dużo danych? Jeśli nie, uzupełnij je. W obu przypadkach rozwiąż je.
Kwadrat *ABCD* ma pole 2013. Jakie pole ma kwadrat *AEHI*, jeśli *ACEG* też jest kwadratem?

Zad. 4. (4 pkt) Rozwiąż poniższe zadania. Zazwyczaj drugie jest dla uczniów trudniejsze niż pierwsze. Podaj dwie przyczyny, które mogą to powodować.
i) Albert, Bartosz i Cezary grają w kapsle. Razem mają 198 kapsli. Albert ma 6 razy więcej niż Bartosz, a Cezary dwa razy więcej niż Bartosz. Ile kapsli ma każdy z chłopców?
ii) Anna, Barbara i Celina idą na zakupy. Razem mają 198 zł. Anna ma 6 razy więcej pieniędzy niż Barbara i 3 razy więcej niż Celina. Ile pieniędzy ma każda z dziewcząt?

Zad. 5. (6 pkt) Odpowiedz na pytania. Ułóż i rozwiąż dwa kolejne przykłady.
i) Liczba A jest o 30% większa od liczby B. Jakim procentem liczby B jest liczba A?
ii) Liczba A jest o 30% większa od liczby B. Jakim procentem liczby A jest liczba B?
iii) Liczba A to 30% liczby B. O ile procent liczba B jest większa od liczby A?
iv) Liczba A to 30% liczby B. O ile procent liczba A jest mniejsza od liczby B?

Zad. 6. (4 pkt) Sformułuj i udowodnij warunek równoważny opisywalności czworokąta na okręgu.

Zad. 7. (4 pkt) Uzasadnij lub obal stwierdzenia.
i) Konstruowalność kąta jest równoważna konstruowalności kosinusa tego kąta.
ii) Wykonalność trysekcji kąta o mierze α jest równoważna konstruowalności kąta o mierze $\alpha/3$.

Zad. 8. (3 pkt) Rozwiąż równanie $|x-5|+|x+7|=12$ metodą geometryczną.

Zad. 9. (3 pkt) Rzucamy 26 monetami. Jaka jest szansa na wyrzucenie od 12 do 14 orłów?

Zad. 10. (3 pkt) Popraw błędy w notatce ucznia.
Doświadczenie polega na zwarzeniu masy koła i kwadratu zbudowanego z tego samego materiału gdzie bok kwadratu jest równy promieniu koła a następnie podzieleniu masy koła przez masę kwadratu. Jeżeli dokładnie zwarzysz masy i dobrze policzysz iloraz to twoim wynikiem powinna być liczba p. Ponieważ ten stosunek jest stały to wynik eksperymentu nie zależał by od wymiaru koła.

Zad. 11. (4 pkt) Wskaż formy poprawne.
i) w latach dwudziestych XX w.
ii) w latach 20. XX w.
iii) w latach 20. XX-tego w.
iv) 1 stycznia
v) 1. styczeń
vi) 1 styczeń
vii) ul. Konstytucji 3-go maja
viii) ul. Konstytucji 3 maja
ix) ul. Konstytucji 3 Maja
x) system 16-tkowy
xi) system 16-stkowy
xii) system 16-owy

II PRZEDMIOT SPECJALNOŚCIOWY – INFORMATYKA

Zad. 1. Jaka jest najmniejsza rzeczywista wartość *y*, dla której poniższy algorytm wypisze 6? Uzasadnij!

```
n:=0
x:=y
dopóki x ≥ 0, wykonuj: (x:=x/2-1; n:=n+1)
wypisz wartość n
```

Dodatkowo dla poziomu magisterium
Co wypisze ten algorytm dla $y=2^{123}$?

Zad. 2. Excelowa funkcja „wiersz()" daje nr wiersza, w którym znajduje się komórka, gdzie ją wpisano. W komórkę A2 arkusza Excela wpisano formułę „=JEŻELI(MOD(WIERSZ();3)>0;A1+1;A1)" i skopiowano ją do końca kolumny A. W B1 wpisano „=JEŻELI(NIE(A1=A2);1;0)" i skopiowano to do obszaru B2:B1234. Ustal, jaką wartość da formuła „=SUMA(B1:B1234)" w zależności od liczby naturalnej, którą wpisze się w A1.

Dodatkowo dla poziomu magisterium
Jeśli wszystko zrobić jak powyżej, tylko w A2 wpisać „=JEŻELI(MOD(WIERSZ();3);A1+1;A1)" (i taką formułę skopiować do końca kolumny A), to nie pojawi się komunikat o żadnym błędzie. Objaśnij, jak zadziała wówczas Excel.

EGZAMIN NAUCZYCIELSKI (17 CZERWCA 2013)

MATEMATYKA

1. Czy to zadanie ma wystarczająco dużo danych? Jeśli nie, uzupełnij je. W obu przypadkach rozwiąż zadanie. Na rajskiej jabłoni rosną ananasy i banany. Za jednym razem można z niej zerwać dwa owoce. Jeśli zerwiemy dwa jednakowe owoce, to wyrośnie nowy ananas, a jeśli zerwiemy różne owoce, to wyrośnie nowy banan. Adam i Ewa wielokrotnie zrywali owoce z jabłoni, aż pozostał na niej tylko jeden owoc. Jaki?

2. Na załączonej kartce przedstawiono dwa sposoby wykonywania mnożenia liczb dwucyfrowych. Wykonaj analogicznie mnożenie $69\cdot 84$ i uzasadnij, że oba algorytmy są poprawne.

3. Sformułuj twierdzenie o kącie zewnętrznym trójkąta. Wykorzystaj je do wykazania, że obierając w trójkącie dowolny punkt wewnętrzny i łącząc go z wierzchołkami podstawy, otrzymamy kąt wypukły większy niż kąt trójkąta przeciwległy do tej podstawy. Zapisz przejrzyście to rozumowanie.

4. Dla sześcianu o krawędzi a wskaż dwa wierzchołki leżące w największej odległości (mierzonej w przestrzeni oraz na powierzchni sześcianu). Jaka jest długość najkrótszej drogi między nimi (mierzonej w przestrzeni i na powierzchni sześcianu)? Na ile sposobów można przejść najkrótszą drogą między nimi (w przestrzeni na powierzchni sześcianu)?

5. Skomentuj wszystkie błędy popełnione przez ucznia.

a) $4x^2-9=0$

$4(x-3)(x+3)=0$

$x-3=0 \vee x+3=0$

$x=3 \vee x=-3$

c) $9x^2+1=0$

$x \in \emptyset$

6. Liczba naturalna m jest o 25% większa od liczby naturalnej n. O ile procent największy wspólny dzielnik liczb m i n jest mniejszy od ich najmniejszej wspólnej wielokrotności?

7. Stacje transformatorowe A i B leżą po dwóch stronach dwupasmowej autostrady, której jezdnie oddzielone są pasem zieleni. Stacje należy połączyć kablem zakopanym w ziemi, tak aby łączna ilość zużytego kabla była jak najmniejsza, a pod każdym pasmem autostrady kabel przechodził prostopadle do osi jezdni. Jak to zrobić? Uzasadnij optymalność zaproponowanego rozwiązania.

8. Oto zadanie rozwiązane przez ucznia. Wskaż ewentualne błędy i luki, w razie potrzeby popraw rozwiązania.

Wykaż, że 2^n-3 dzieli się przez 5 dla nieskończenie wielu $n\in\mathbb{N}$.
Rozw. Nieskończenie wiele potęg dwójki kończy się na 8, zatem po odjęciu 3 kończy się na 5.
Wykaż, że 2^n-3 dzieli się przez 13 dla nieskończenie wielu $n\in\mathbb{N}$.
Rozw. Nieskończenie wiele potęg dwójki kończy się na 16, zatem po odjęciu 3 kończy się na 13.

9. Długość produkowanych w zakładzie szyn tramwajowych ma rozkład normalny o nieznanej średniej i odchyleniu 6 cm. Wiadomo, że 4,78% szyn ma długość większą od 82 cm. Jaka jest typowa długość szyny?

10. Uczniowie podpisali się na klasówce: a) Jasiu Matejko, b) Wyspiański Stasiu. Co Ty na to?

11. Uzupełnij właściwymi formami imion i nazwisk podanych w mianowniku.

a) Dyplom dla …. (Kamila Żmija)
b) Dziękujemy za pracę w Radzie Rodziców … (Maria Pietrucha)

12. Skreśl niepoprawne zapisy: 20-ścian, 27-mościan, system 7-kowy, system 7-owy, 12-ty wyraz ciągu, n-ty wyraz ciągu.

INFORMATYKA

Zad. 1. Co się tu wypisze? Uzasadnij!

```
Dla i = 1, 2, 3, ..., 100  do a_i wpisz (i mod 7).
Dla i = 1, 2, 3, ..., 100  do a_i wpisz min(a_i, a_{i+1}, a_{i+2}, ..., a_100).
Dla i = 1, 2, 3, ..., 100  wyświetl a_i.
```

Dodatkowo dla poziomu magisterium: Jakie liczby można wpisać zamiast siódemki na końcu pierwszej linijki powyższego algorytmu, żeby wypisał on same zera?

Zad. 2. W arkuszu kalkulacyjnym wpisano:
w A1: „=5", w A2: „=JEŻELI(A1>9;A1-6;A1+3)", w B2: „=(-1)^A1".
Następnie obszar A2:B2 skopiowano do A2:B1001.
Jakie wartości dadzą wówczas formuły „=SUMA(A1:$A1001)" i „=SUMA(B$1:B$1001)"?

Dodatkowo dla poziomu magisterium: Jaki sens ma dla Excela (w oderwaniu od powyższego zadania) formuła „=SUMA(G7+G9)"? Jaką da wartość (jeśli w obszarze G7:G9 są liczby)? Dlaczego?

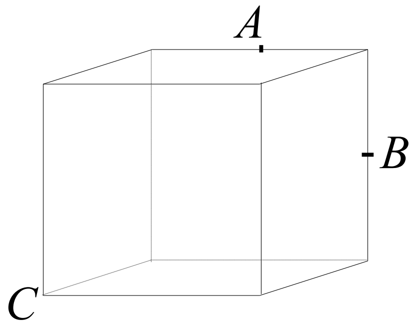
EGZAMIN Z METODYKI MATEMATYKI / EGZAMIN NAUCZYCIELSKI (16 CZERWCA 2014)

1. Opisz technikę sprytnego mnożenia przez 11 na liczydle.

2. Z 18 jednakowych sześcianów zbudowano prostopadłościan. Pole powierzchni jednego sześcianu jest równe 19 cm^2. Jakie jest pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu?

3. Czy równoległobok jest trapezem równoramiennym? Podaj argument merytoryczny „za" i „przeciw".

4. Zaznacz przekrój sześcianu płaszczyzną *ABC*. Jakie figury mogą być przekrojem sześcianu? Uzasadnij, że innych nie ma.



5. Antoni i Bartosz startowali w zawodach lekkoatletycznych. W biegu przełajowym przyjęli różne strategie. Antoni połowę czasu maszerował, a połowę biegł, natomiast Bartosz połowę dystansu maszerował, a połowę biegł. Obaj chłopcy maszerują w tempie 3 km/h, a biegają ze stałą prędkością 6 km/h. Który z chłopców był pierwszy na mecie? Rozwiąż zadanie i skomentuj.

6. Z zestawu 15 par skórzanych rękawiczek w różnych kolorach, które leżały wymieszane w szufladzie komody, Joanna – modnisia wybrała bez zaglądania 4 rękawiczki. Jakie jest prawdopodobieństwo, że była wśród nich dokładnie jedna para w tym samym kolorze? Podaj 2 sposoby obliczenia wyniku.

7. Wzór na zamianę podstaw logarytmu – jakie to prawo działań na wykładnikach? Uzasadnij.

8. Funkcja f określona na zbiorze $[0, 4\pi]$ dana jest wzorem $f(x) = \cos 2x - \sin x \cdot |\sin x|$. Naszkicuj wykres funkcji f i podaj własności, z jakich korzystasz.

9. Udowodnij (syntetycznie, wektorowo, analitycznie lub trygonometrycznie), że środkowe trójkąta tworzą trójkąt. Skomentuj, czy przedstawiony dowód można przenieść przez analogię do 3D.

10. Co się dzieje ze średnią i odchyleniem standardowym zestawu danych, jeśli wszystkie liczby w tym zestawie zwiększymy: a) o pięć? b) pięciokrotnie? Uzasadnij.

11. Wpisz poprawnie odmienione słowa w nawiasach słowami.

Niniejszym zaświadcza się, że dyplom [Bruno Kiczko] ucznia [ZSO] nr [III] w [Piwniczna Zdrój] zdobyty podczas Międzyszkolnych [Mecze Matematyczne] w ramach [XXIII] [Bielsko Biała] Festiwalu Nauki jest zgodny z oryginałem. Wystawiono w(e) [Włoszczowa] na wniosek prawnych opiekunów ucznia [Ziutek] i [Kaja] [Cukier]. 17 [IX] 2014

EGZAMIN NAUCZYCIELSKI Z INFORMATYKI (II PRZEDMIOTU SPECJALNOŚCIOWEGO), 16 VI 2014

Zad. 1. Co się tu wypisze? Uzasadnij!

(1) Dla i = 1, 2, 3, ..., 100 do a_i wpisz (i mod 100).

(2) Dla i = 1, 2, 3, ..., 100:

{ uporządkuj malejąco ciąg (a_1, a_2, a_3, ..., a_i);

wypisz a_1 }.

Dodatkowo dla poziomu magisterium: Czy jeśli dla dowolnego ciągu liczb (a_1, ..., a_{100}) zobaczysz efekt wykonania instrukcji (2), będziesz w stanie stwierdzić, czy ciąg ten był początkowo malejący? Uzasadnij!

Zad. 2. Jakie wartości w zależności od liczby wpisanej w A1 przyjmuje excelowa formuła „=JEŻELI(A1<5;JEŻELI(A1<2;7);JEŻELI(A1<3;0;4))”? Odpowiedź zapisz w możliwie zwartej postaci.
A jeśli w A1 wpisać tekst?

Dodatkowo dla poziomu magisterium: Komórkę A2 skopiowano do obszaru A3:A5. Jaka wartość w zależności od A1 pojawi się w A5? Dlaczego?

EGZAMIN Z METODYKI MATEMATYKI 1–2 [ZAD. 1 – 6 i 10] i 1–2–3 [ZAD. 1 – 10]
12 LUTEGO 2015

1. Uczeń wykonał poniższe działanie. Oceń jego umiejętności w sposób opisowy i wystaw ocenę w skali 1-6.

$$\frac{3\frac{5}{7}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-3\frac{10}{13}\right)+\left(-6\frac{1}{3}\right)}{4\frac{2}{7}+2\frac{1}{5}+\left(-1\frac{3}{7}\right)-2\frac{6}{7}}=$$

$$=\frac{\frac{26}{7}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{49}{13}\right)+\left(-\frac{19}{3}\right)}{\frac{30}{7}+\frac{12}{5}+\left(-\frac{10}{7}\right)-\frac{20}{7}}=$$

$$=\frac{-\frac{\cancel{52}^{4}}{\cancel{21}_{3}}\cdot\left(-\frac{\cancel{49}^{7}}{\cancel{13}_{1}}\right)+\left(-\frac{19}{3}\right)}{\frac{150}{35}+\frac{84}{35}+\left(-\frac{50}{35}\right)-\frac{100}{35}}=$$

$$=\frac{\frac{28}{3}+\left(-\frac{19}{3}\right)}{\frac{234}{35}+\left(-\frac{50}{35}\right)-\frac{100}{35}}=\frac{\frac{9}{3}}{\frac{184}{35}-\frac{100}{35}}=\frac{\frac{9}{3}}{\frac{84}{35}}=$$

$$=\frac{3}{\frac{84}{35}}=\cancel{3}^{1}\cdot\frac{35}{\cancel{84}_{28}}=\frac{\cancel{35}^{5}}{\cancel{28}_{4}}=\frac{5}{4}=1\frac{1}{4}=1{,}25$$

2. Udowodnij na poziomie szkoły podstawowej, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $2n^3+6n^2+n+12$ jest podzielna przez 3 Zapisz starannie rozumowanie.

3. Pokonawszy 360 km, student T dotarł w ostatniej chwili na test z zoologii klinicznej. Bardzo uradowało go, że zdążył, bo gdyby jego średnia prędkość na trasie była o 20 km/h mniejsza, spóźniłby się aż o trzy godziny. O ile by się spóźnił, gdyby jechał ze średnią prędkością mniejszą o 15 km/h?

4. Porównaj liczby $10^{10^{10}}$ i $\left(10^{10}\right)^{10}$. Jedną z nich oznaczmy A, a drugą B i niech $A>B$. Jaki procent liczby A stanowi B? O ile procent liczba A jest większa od B?

5. Rozwiąż równanie z dwiema niewiadomymi $\sqrt{x^2+y^2}=x-y$. Pamiętaj o wszystkich istotnych krokach. Wynik przedstaw a) algebraicznie, b) geometrycznie.

6. Pewna wyspa ma kształt trójkąta. Skonstruuj taki punkt, który jest położony najdalej od morza. Pamiętaj o wszystkich istotnych krokach.

7. Ile przekątnych ma dwunastokąt foremny, a ile dwunastościan foremny? Uzasadnij odpowiedź.

8. Rozwiąż w liczbach rzeczywistych równanie z niewiadomą x: $\cos\left(\frac{\pi}{3}+\left[\frac{\pi}{3x}\right]\right)=\frac{1}{2}$, gdzie $[a]$ oznacza część całkowitą.

9. Zapisz szkic przebiegu lekcji wprowadzającej twierdzenie kosinusów. Wskaż miejsca, w których stosujesz podstawowe zasady dydaktyki: od znanego do nieznanego, od łatwego do trudnego, od szczególnego do ogólnego, od intuicyjnego do sformalizowanego.

10. Uzupełnij zdania odpowiednimi formami jednowyrazowymi.
Tegoroczny finał Ogólnopolskich [mecze] Matematycznych pomiędzy [Kudowa-Zdrój] a [Ruciane-Nida] będzie rozegrany w [Włoszczowa]. Swoim drużynom będzie kibicowało wielu [mieszkaniec województwa dolnośląskiego], w tym także [mieszkaniec Wrocławia], oraz wielu [mieszkaniec województwa warmińsko-mazurskiego], w tym także [mieszkaniec miejscowości Ruciane-Nida]. Przyjadą tez tłumy miejscowych kibiców, w tym [mieszkaniec Kielc] i w ogóle [mieszkaniec województwa świętokrzyskiego]. Uroczystego otwarcia zawodów dokona miejscowa władza w osobach burmistrza [Otto Blaster] i jego asystentek: [Gaja de Palma] i [Sonia Dura].

EGZAMIN Z METODYKI MATEMATYKI 1–2 [ZAD. 1 – 6 i 10,11] i 1–2–3 [ZAD. 1 – 11]
20 LUTEGO 2015

1. 48 chłopców wybrało się na obóz. Sześciu z nich przybyło z dokładnie jednym bratem, dziewięciu z dokładnie dwoma braćmi, a czterech z dokładnie trzema. Pozostali przybyli bez rodzeństwa. Z ilu rodzin pochodzili ci chłopcy?

2. Oblicz NWD(1352263965789126^{44}, 26^{19}, 39^{22}) i uzasadnij odpowiedź.

3. Ile czasu upływa między kolejnymi momentami, gdy wskazówki zegara są prostopadłe?

4. W trapezie o wysokości 9 ramiona mają długości 15 i 41, a jedna z podstaw ma długość 60. Jaka jest długość drugiej podstawy?

5. Rozwiąż równanie $\sqrt{x^2} = x + y$ jako równanie a) z jedną niewiadomą x i parametrem y,
b) z dwiema niewiadomymi.

6. Dany jest kąt i okrąg weń wpisany, Skonstruuj okrąg styczny do danego okręgu i jednocześnie styczny do ramion danego kąta.

7. Czy to prawda, że dla dowolnych liczb rzeczywistych *a, b, c* zachodzi $a^2+b^2+c^2+3 \geq 2(a+b+c)$?

8. Co jest większe: $\sqrt{2}^{\sqrt{3}}$ czy $\sqrt{3}^{\sqrt{2}}$?

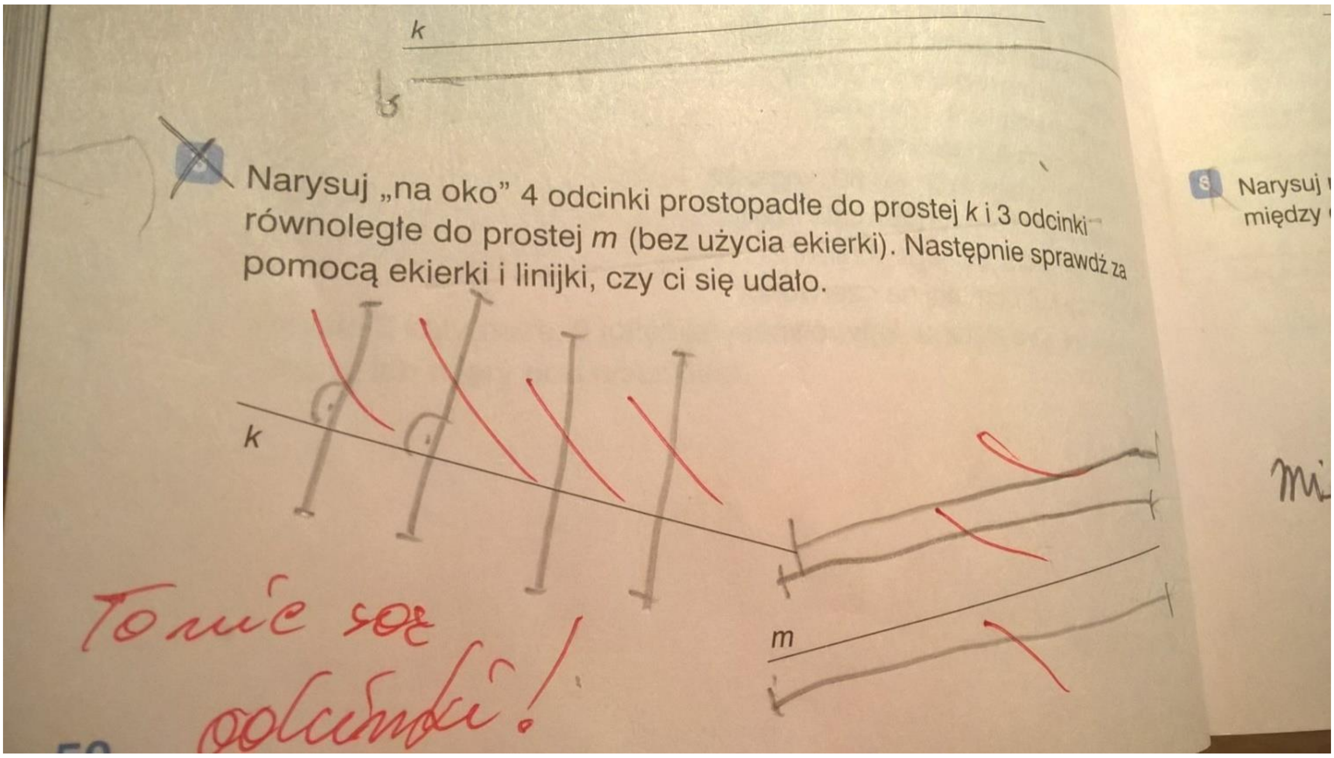
9. Czy w czworościanie będącym narożnikiem odciętym z sześcianu zachodzi własność, że kwadraty pól ścian przyległych do wierzchołka sześcianu dają w sumie kwadrat pola ściany przeciwległej do tego wierzchołka?

10. Zapisz poprawnie nazwy w nawiasach:
a) Wczoraj odbył się w SP 17 [szkolny konkurs szybkiego i sprytnego liczenia].
b) Jutro zostaną ogłoszeni laureaci [nagroda matematyczna prezydenta miasta wrocławia].
c) [tytuł laureata lub finalisty ogólnopolskiej olimpiady matematycznej] to szansa na wymarzone studia i dołączenie do grona [stypendystów uniwersytetu a. mickiewicza].
d) Szkole nadano imię [dr. s. banacha], o czym obszerną notatkę zamieścił [szkolny miesięcznik „do rzeczy”].

11. Popraw (tam, gdzie to potrzebne) błędnie zapisane nazwy ulic:
a) ul. K. Wielkiego
b) ul. Kazimierza Wielkiego
c) ul. M. Skłodowskiej-Curie
d) ul. Marii Curie-Skłodowskiej
e) ul. 1 maja
f) ul. 1 Maja
g) ul. 1-go Maja
h) ul. 1 V

EGZAMIN Z METODYKI MATEMATYKI 1–2
13 LUTEGO 2016

Zad. 1. Oto zadanie z zeszytu ćwiczeń z rozwiązaniem ucznia. Na czym polega problem tego zadania/rozwiązania? Oceń komentarz nauczyciela. (2 pkt)



Zad. 2. W regulaminie Andrzejkowego Konkursu Matematycznego podano, że zawody odbywają się co rok w ostatnią sobotę listopada. Kiedy odbędzie się najbliższa edycja tego konkursu? Zapisz starannie obliczenia. (3 pkt)

Zad. 3. Rozstrzygnij, czy wysokości trójkąta mogą mieć długości 1, $^1/_2$ i $^1/_3$. Uzasadnij odpowiedź na poziomie SP. (3 pkt)

Zad. 4. Sformułuj cechę podzielności przez 24 w systemie pozycyjnym o podstawie: a) 5, b) 10. (4 pkt)

Zad. 5. Kostki do gry mają tę własność, że suma oczek na przeciwległych ściankach jest równa 7. Ustawiamy w rzędzie n kostek tak, aby sąsiednie stykały się ściankami, tworząc prostopadłościan. Jaka jest najmniejsza liczba pięciocyfrowa k taka, że nie da się ułożyć kostek tak, żeby suma oczek na ścianach prostopadłościanu byłaby równa k? Rozwiąż i podaj 3 główne kompetencje matematyczne, jakie kształci to zadanie. (3 pkt)

Zad. 6. Środkową AD trójkąta ABC przedłużono do przecięcia się w punkcie K z okręgiem opisanym na tym trójkącie. Wykaż, że długość odcinka BD jest średnią geometryczną długości odcinków AD i DK. (3 pkt)

Zad. 7. Krew stanowi 10% masy ciała człowieka, a osocze stanowi 50% masy krwi. Janek waży 50 kg i jest honorowym dawcą krwi. Podczas zabiegu pobrano Jankowi 500 mg osocza. O ile procent ma teraz mniej krwi w organizmie? Zapisz starannie obliczenia. (3 pkt)

Zad. 8. Rozwiąż równanie $|x|+|y|=0$, jeśli jest to równanie z: a) jedną niewiadomą x i parametrem y,
b) równanie z dwiema niewiadomymi x i y, c) równanie z trzema niewiadomymi x, y i z. (3 pkt)

Zad. 9. Czy liczba $4^{11}+5^{24}+10^{12}$ jest pierwsza? Podaj uzasadnienie (na poziomie I kl. GM) w zapisie tabelkowym. (3 pkt)

Zad. 10. Skonstruuj a) kwadrat wpisany w trójkąt równoboczny, b) trójkąt równoboczny wpisany w kwadrat. (6 pkt)

Zad. 11. Podaj po trzy pytania, które można zastosować na lekcji matematyki jako jej:
a) starter (po podaniu tematu lekcji), b) podsumowanie. (3 pkt)

Zad. 12. Co należy wpisać na dyplomach dla niżej wymienionych uczniów w miejscu *Dyplom dla ….*?
a) Edek Gryf-Kleszczyński, b) Otto Czeszejko-Sochacki c) Kaja Wołoszyna. (3 pkt)

EGZAMIN POPRAWKOWY Z METODYKI MATEMATYKI 1–2
18 LUTEGO 2016

Zad. 1. Liczba 220 jest sumą ilorazu, iloczynu, różnicy i sumy dwóch liczb całkowitych. Jakie to liczby? Jakie kompetencje matematyczne kształci to zadanie?

Zad. 2. Dwa pola pszenicy, jedno czterokrotnie większe od drugiego, są koszone przez pewną liczbę kombajnów zbożowych. Większe pole wszystkie kombajny koszą półtora dnia, następnie połowa z nich zaczyna kosić mniejsze pole, a pozostała połowa kombajnów nadal kosi duże pole. Na koniec drugiego dnia większe pole jest skoszone, a mniejsze musi być koszone jeszcze przez 3 kombajny przez jeden dzień. Ile kombajnów brało udział w koszeniu pierwszego dnia? Zapisz starannie rozwiązanie.

Zad. 3. Jaką miarę ma kąt w wierzchołku foremnego 9-kąta gwiaździstego?

Zad. 4. Ile wynosi reszta z dzielenia liczby o zapisie w systemie dziewiątkowym 201 620 162 016 201 620 162 016 201 620 162 016 przez 4?

Zad. 5. Jakie są długości środkowych trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych długości *a* i *b*? Zapisz rozumowanie w formie tabelkowej.

Zad. 6. Dana jest prosta *k* i okrąg do niej styczny. Skonstruuj okrąg styczny jednocześnie do tego okręgu i do tej prostej.

Zad. 7. Środki czterech kół o promieniu *r* znajdują się w wierzchołkach kwadratu o boku *r*. Ile wynosi pole części wspólnej tych kół?

Zad. 8. Podaj przykład równania z niewiadomą *x* i parametrem *a*, które jest sprzeczne dla $a = 1$, tożsamościowe dla $a = 0$ i oznaczone w pozostałych przypadkach.

Zad. 9. W każdym przypadku odpowiedz na pytania:

a) Jakim procentem liczby *A* jest liczba *B*?
b) Jakim procentem liczby *B* jest liczba *A*?
c) O ile procent liczba *A* jest większa od liczby *B*?
d) O ile procent liczba *B* jest mniejsza od liczby *A*?

9.1. Liczba *A* jest o 200% większa od liczby *B*.
9.2. Liczba *A* stanowi 200% liczby *B*.
9.3. 30% liczby *A* jest równe 40% liczby *B*.

Zad. 10. Zapisz słowami podane wielkości, nie używając liczebników: *pół*, *drugi* ani *czwarty*.

1,5 km	1,5 pkt
1,5 godz	$1{,}5\times$
$1{,}5\,^0/_{00}$	$2\,^1/_4$ pkt
1,5 Mm	$4\,^1/_4\times$

EGZAMIN Z METODYKI MATEMATYKI 3 (ZAD. 5 – 11) / EGZAMIN NAUCZYCIELSKI (ZAD. 1 – 11)

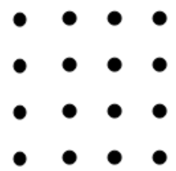
24 CZERWCA 2016

Zad. 1. Ile wynosi reszta z dzielenia liczby o dziewiątkowym zapisie pozycyjnym 2016 2016 … 2016 (układ cyfr 2016 powtarza się 2016 razy) przez 4. Podaj i uzasadnij zastosowaną cechę podzielności.

Zad. 2. Poparcie dla rządu wśród studentów matematyki pewnej uczelni po pierwszym czytaniu ustawy stypendialnej w Sejmie zmalało o 4%, ale później, kiedy ustawa została już przegłosowana, wzrosło o 5%, by po zakończeniu prac nad nią przez Senat zmaleć jeszcze o 2 punkty procentowe. Ilu co najmniej studentów studiuje matematykę na tej uczelni?

Zad. 3. Rozwiąż równanie $\sqrt{(xy)} = \sqrt{|y|}$ i skomentuj rozwiązanie.

Zad. 4. Dwie środkowe trójkąta są prostopadłe i mają długości 12 i 9. Jaką długość ma trzecia środkowa? Zapisz rozwiązanie w formie dwukolumnowej.



Zad. 5. Ile różnych trójkątów można uzyskać, wybierając trzy punkty spośród szesnastu z rysunku? Opisz prowadzone obliczenia.

Zad. 6. Kąt α jest ostry i zachodzi sin α = cos 35°. Ile wynosi α? Uzasadnij odpowiedź, nie wykonując rachunków.

Zad. 7. Pewna funkcja zdefiniowana na dodatnich liczbach całkowitych ma następującą własność dla wszystkich x i y: $f(xy) = f(x) + f(y)$. Wiadomo ponadto, że $f(10) = 14$ i $f(40) = 20$. Ile wynosi $f(500)$?

Zad. 8. Okręty Annabella i Barbarossa płyną po Zatoce Gwinejskiej. W południe były ustawione na południku zerowym, przy czym Annabella była wysunięta 15 km na północ. Annabella płynie na południe z prędkością 15 km/h, a Barbarossa na wschód z prędkością 11 km/h. W jakiej odległości znajdą się o 14:00? Podaj równanie odległości między okrętami w funkcji czasu. Mgła nad Zatoką Gwinejską ogranicza widoczność do 8 km. Czy kapitan Barbarossy zauważy Annabellę przed 16:00?

Zad. 9. Umieść sześcian jednostkowy w układzie współrzędnych i opisz analitycznie jego:

a) wierzchołki
b) krawędzie
c) ściany
d) płaszczyzny zawierające przekątne
e) przekątne ściany górnej
f) bryłę

Zad. 10. Uzupełnij CV wyrazami z nawiasów.
Jestem synem ….. (maja i otto kwiecień). Urodziłem się w ….. (meszna), w powiecie ….. (bielsko biała), w województwie ….. (śląsk). Jestem zatem rodowitym ….. (bielsko biała) oraz ….. (podbeskidzie). Mój ojciec pochodzi z ….. (biała podlaska), jest więc ….. (biała podlaska) i ….. (podlasie). Moja matka pochodzi z ….. (włoszczowa), jest więc ….. (włoszczowa) i ….. (świętokrzyskie). Ukończyłem …. (5 lo – zapis słowami) w ….. (bielsko biała) w klasie prof. (iwo breja). Egzamin dojrzałości ukończyłem w dniu moich ….. (18 – zapis liczbą) urodzin, a był to pamiętny dzień ….. (19 05 2003 – zapis słowami) roku.

Zad. 11. Wskaż błędy w tekście.
Program Nauczania Matematyki w I LO w Czechowicach – Dziedzicach ,kwiecień 2016r. autorstwa Iwony Rutki – Bieleckiej (fragmenty). Wykorzystując rachunek różniczkowy można skutecznie zaplanować interwencję–pisał Ian Stewart w książce Oswajanie nieskończoności wydanej przez wydawnictwa Naukowo – Techniczne.Uczeń zna wykresy funkcji y = lnx i y = e^x oraz funkcji złożonych np. f (x) =*logsinx*, i inne . Rozwiązuje równania typu | x^2 +2x – 3 | = *1.* Zna i stosuje regułę de Hospitala , potrafi ustalić ciągłość i asymptoty funkcji oraz policzyć pochodną z funkcji. Oblicza pola prostych figur przy pomocy całki. Uczeń otrzyma ocene nie dostateczną, jeśli nie opanował wogóle materiału. Ocenę dopuszczającą otrzyma jeśli opanował pomiędzy 10 a 20 % materiału. Opłata dodatkowa za egzamin komisyjny wynosi 80 zł i powinna być uiszczona na 3 dni przed egzaminem..

EGZAMIN Z METODYKI MATEMATYKI 3 (ZAD. 5 – 10) / EGZAMIN NAUCZYCIELSKI (ZAD. 1 – 10)
31 SIERPNIA 2016

Zad. 1. Ile wynosi reszta z dzielenia liczby o trzynastkowym zapisie pozycyjnym AD2016AD2016 … AD2016 (układ cyfr AD2016 powtarza się 2016 razy) przez 4. Podaj i uzasadnij zastosowaną cechę podzielności.

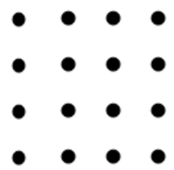
Zad. 2. Żebropław zawiera 90% wody. Gdy fale wyrzuciły go na brzeg i poleżał chwilę w pełnym słońcu, stracił 10% wody. O ile procent schudł?

Zad. 3. Suma cyfr pewnej liczby pięciocyfrowej wynosi 14. Gdy zamienimy miejscami cyfrę tysięcy z cyfrą jedności, to otrzymana liczba nie zmieni się. Ile jest takich liczb?

Zad. 4. Rozwiąż równanie $|xy| = yx$ i skomentuj rozwiązanie.

Zad. 5. Na każdym trójkącie można opisać okrąg. Uzasadnij i zapisz rozwiązanie w formie dwukolumnowej.

Zad. 6. Ile różnych prostokątów można uzyskać, wybierając ich wierzchołki spośród szesnastu punktów z rysunku? Opisz prowadzone obliczenia.



Zad. 7. Kąt α jest rozwarty i zachodzi $\sin \alpha = \cos 35°$. Ile wynosi α? Uzasadnij odpowiedź, nie wykonując rachunków.

Zad. 8. a) Ziemia okrąża Słońce po orbicie niemal kołowej o promieniu mniej więcej równym 150 milionów kilometrów. Jaka jest szybkość naszego globu w tym ruchu? Podaj wynik w jednostkach najlepiej uzmysławiających tę wielkość.
b) W ruchu wirowym wokół osi Ziemi mieszkańcy równika też pędzą. Jak szybko? (promień Ziemi to ok. 6300 km).
c) Czy szybkość mieszkańców Wrocławia w tym ruchu jest o połowę mniejsza? ($50°10' < 60°$).

Zad. 9. Niech *ABCDEFW* oznacza ostrosłup prawidłowy o boku podstawy równym 2 i wysokości 5. Niech $\vec{p} = \overrightarrow{AB}, \vec{q} = \overrightarrow{AF}, \vec{r} = \overrightarrow{AW}$. Za pomocą wektorów $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ wyznacz wektory:
a) o początku w *A* i końcach w wierzchołkach tego ostrosłupa.
b) o początku w środku odcinka *CD* i końcach w wierzchołkach tego ostrosłupa.
c) o początku w *A* i końcu: w środku odcinka *BC*, w środku odcinka *CW*, w środku ciężkości ściany *ABW*, w środku ciężkości ściany *CDW*.

Zad. 10. W południe na radarze żaglowca dojrzano 20 km na północ wodolot. Żaglowiec płynie na wschód z prędkością 20 km/h, a wodolot – na południe z prędkością 40 km/h. Widoczność wynosi 10 km. Czy pasażerowie wodolotu dojrzą żaglowiec? Jeśli tak, to o której godzinie będą najbliżej?

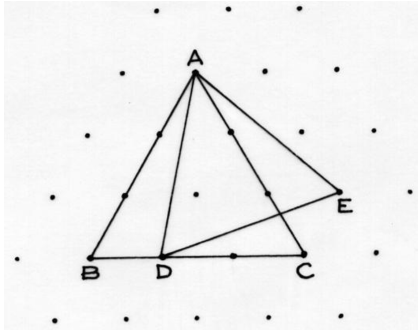
EGZAMIN Z METODYKI MATEMATYKI 2
10 LUTEGO 2017

Zad. 1. Ile razy cyfra 9 pojawia się w wyniku mnożenia 98765432109876543210…9876543210·9, gdzie w pierwszym czynniku grupa cyfr 9876543210 powtarza się 2017 razy? Uzasadnij odpowiedź i podaj trzy kompetencje matematyczne jakie kształci to zadanie.

Zad. 2. W gospodarstwie rolnika Franciszka w tym roku zebrano jęczmień z 36 ha. Na kolejny rok zaplanował on wzrost wydajności plonów z 1 ha o 8%, a wzrost całego zbioru jęczmienia o 20%. O ile ha musi zwiększyć obszar uprawy jęczmienia, aby wykonać ten plan?

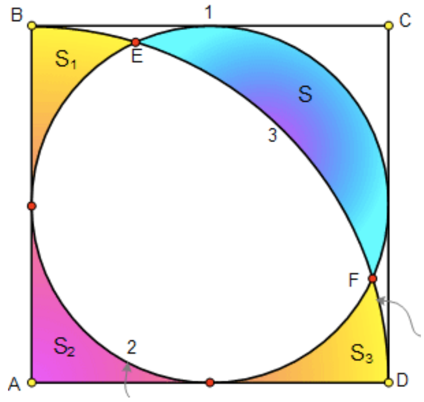
Zad. 3. Adam ma zapięcie rowerowe wymagające 3-cyfrowego kodu. Postanowił wybrać taki, który składa się z trzech różnych cyfr (bez zera) zapisanych w porządku rosnącym. Ile ma możliwości wyboru tego kodu? Zapisz starannie rachunki i argumentację prowadzące do wyniku.

Zad. 4. Na goplanie z siatką trójkątów równobocznych zaznaczono trójkąty *ADE* i *ABC*. Jaki jest stosunek pól tych trójkątów? Rozwiąż zadanie co najmniej dwoma sposobami.



Zad. 5. Sześcian o krawędzi długości 3 przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i tworzącą z płaszczyzną podstawy kąt 60°. Oblicz pole otrzymanego przekroju. Wykonaj staranny rysunek.

Zad. 6. *ABCD* jest kwadratem o boku długości 1. Figura 2 jest okręgiem wpisanym w kwadrat, a łuk 3 jest ćwiartką okręgu o środku w *A*. Pokaż, że $S = S_1+S_2+S_3$.

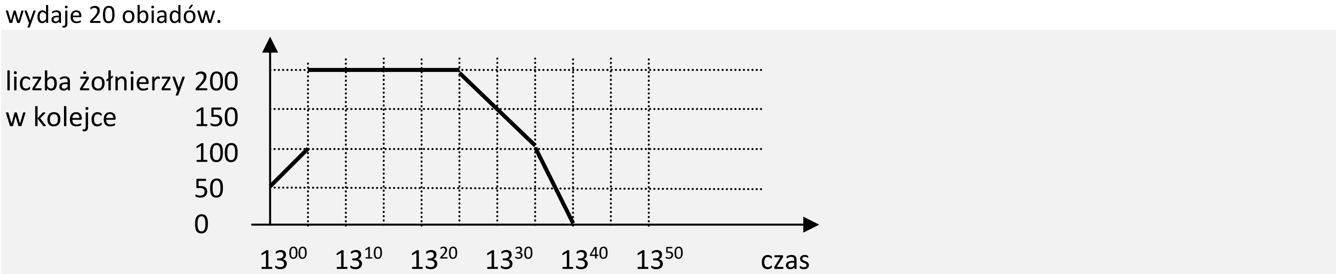


Zad. 7. Skonstruuj punkt, z którego widać dany odcinek *AB* pod kątem 45° i którego rzut prostopadły na prostą *AB* leży w punkcie *C*. Wydziel wszystkie etapy rozwiązania.

Zad. 8. Uzupełnij zdania:
a) Pole powierzchni kuli o promieniu ………. wynosi $2\pi r$.
b) Kula o promieniu ………. ma pole powierzchni $4/3\ \pi r^3$.
c) Kula o promieniu ………. ma objętość równą $6r^2$ i pole powierzchni ……….
Ułóż przykład d. Jakie kompetencje matematyczne kształci to zadanie?

Zad. 9. Profesor Ciekawski hoduje w akwarium rzadki gatunek bakterii. Ich kolonia liczy w tej chwili 6 osobników i w ciągu każdej godziny podwaja się. Po jakim czasie liczba bakterii przekroczy 100 miliardów? Opisz zastosowane strategie rachunkowe.

Zad. 10. Diagram pokazuje długość kolejki po obiad w kantynie wojskowej w różnych godzinach. W ciągu minuty stołówka wydaje 20 obiadów.

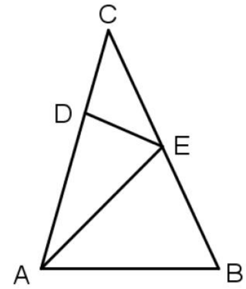


a) W jakich godzinach w kantynie są wydawane obiady?
b) Ilu ludzi dołączyło do kolejki między 13^{10} a 13^{20}?
c) W jakim tempie wydłużała się kolejka między 13^{00} a 13^{05}?
d) Co się wydarzyło pięć po trzynastej?
e) Szeregowy Atkins stanął w kolejce o 13^{20}. O której dostał obiad?
f) Czy do kolejki doszedł ktoś między 13^{25} a 13^{35}?
g) Co się działo między 13^{35} a 13^{40}?
Jaki cel dydaktyczny spełnia to zadanie?

Zad. 11. Zapisz w odpowiednim przypadku (jakim?). Dyplom dla … zamieszkałej/zamieszkałego w:

MIANOWNIK	…………………………………………..	MIANOWNIK	…………………………………………..
Zenon Durkalec	…………………………………………..	Bielsko-Biała	…………………………………………..
Kaja Koziełło	…………………………………………..	Kudowa Zdrój	…………………………………………..
Staszek Iwanuszko	…………………………………………..	Włoszczowa	…………………………………………..
Iwo Silva-Rozwadowski	…………………………………………..	Tylmanowa	………………………………………….
Jarosław Kwiatek	…………………………………………..	Jarosław	………………………………………….

EGZAMIN POPRAWKOWY Z METODYKI MATEMATYKI 2
20 LUTEGO 2017



Zad. 1. Pewna liczba przy dzieleniu przez 5 daje resztę 1, a przy dzieleniu przez 6 daje resztę 5. Jakie reszty może dawać z dzielenia przez 30? Starannie uzasadnij.

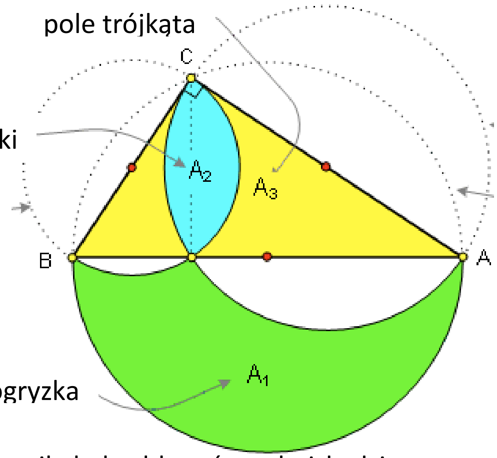
Zad. 2. Na trójkątnym trawniku wytyczono alejkę, jak na rysunku obok. Punkt *E* leży pośrodku odcinka *BC*. Trójkąt *ABE* ma pole 12, a *CDE* ma pole 5. Jakie pole ma pozostała część trawnika? Zapisz rozumowanie w formie dwukolumnowej.

Zad. 3. Na każdej z dwóch prostych równoległych wybrano po pięć punktów. Jaka jest największa możliwa liczba trójkątów, których wierzchołkami są te punkty? Zapisz rachunki.

Zad. 4. Ile jest liczb 6-cyfrowych o różnych cyfrach od 1 do 6, mających tę własność, że liczba utworzona z pierwszej cyfry dzieli się przez 1, utworzona z pierwszych 2 cyfr dzieli się przez 2, z pierwszych 3 cyfr dzieli się przez 3, z pierwszych 4 cyfr dzieli się przez 4, z pierwszych 5 cyfr dzieli się przez 5, a z pierwszych 6 – dzieli się przez 6? Podaj wszystkie zastosowane cechy podzielności.

Zad. 5. W kartonie soku aroniowego Pychotka było dotychczas 1000 ml soku i kosztował on 2,40 zł. Producent przygotował dwie wersje promocji:
a) za tę samą cenę otrzymasz o 20% więcej soku,
b) za tę samą ilość soku zapłacisz o 20% mniej.
Która wersja jest bardziej opłacalna dla klienta? Uzasadnij odpowiedź.

Zad. 6. Sześcian o krawędzi długości 3 przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i tworzącą z płaszczyzną podstawy kąt 45°. Oblicz pole otrzymanego przekroju.



Zad. 7. Na bokach trójkąta prostokątnego *ABC* jako na średnicach wykreślono okręgi, które utworzyły na zewnątrz trójkąta tzw. księżyce Hipokratesa.
a) Pokaż, że pole A_3 trójkąta *ABC* jest różnicą pól soczewki A_1 i ogryzka A_2.
b) Opisz konstrukcję księżyców Hipokratesa dla dowolnego trójkąta.
c) Czy dla istnieją księżyce Hipokratesa dla dowolnego *n*-kąta?
d) Sformułuj twierdzenie o polach księżyców Hipokratesa trójkąta prostokątnego.

Zad. 8. Podwieczorek, na którym było dwa razy więcej chłopców niż dziewcząt, kosztował 1584 zł. Każdy chłopiec zapłacił 8 razy tyle groszy, ilu było chłopców, a każda dziewczyna 12 razy tyle groszy, ile było dziewcząt. Ilu było chłopców, a ile dziewcząt na podwieczorku?

Zad. 9. Za pomocą cyrkla i linijki bez podziałki podziel pole koła na 9 równych części.

Zad. 10. Rozwiąż równanie $\sqrt{xy} = \sqrt{|y|}$ z: a) niewiadomą *x* i parametrem *y*, b) dwiema niewiadomymi.

Zad. 11. Oznacz i popraw błędy występujące w tekście (M – merytoryczne, J – językowe, E – edycyjne).
Obserwacja.
Nowe punkty powstają w wyniku przecięcia się ze sobą dwuch okręgów.
Twierdzenie.
Liczby konstruowalne to odcinki których długości mogą być skonstruowane geometrycznie.
Definicja.
Mając dany odcinek o długości *1* można skonstruować długości a+b√q dla dowolnych ustalonych a,b,q $\neq$ 0.
Fakt.
Liczby *e* i π są konstruowane.

EGZAMIN Z METODYKI NAUCZANIA MATEMATYKI 1
14 CZERWCA 2017

Zad. 1. Jak obliczyć wynik mnożenia $21 \cdot 35$ stosując strategie sprytnych rachunków
a) w pamieci? b) na liczydle?

Zad. 2. Na wspólne polowanie wybrali się dwaj ojcowie, dwaj synowie, dziadek i wnuk. Ilu było myśliwych? Na jaką zasadę metodologiczną należy zwrócić uwagę w tym zadaniu?

Zad. 3. Dla liczb o zapisie dziesiętnym $\underline{xyxyxy}$ podaj (z uzasadnieniem):
a) najmniejszy możliwy dzielnik pierwszy,
b) największy możliwy dzielnik pierwszy,
c) największy wspólny dzielnik pierwszy wszystkich takich liczb,
d) największy wspólny dzielnik wszystkich takich liczb,
e) najmniejszą wspólną wielokrotność wszystkich takich liczb.

Zad. 4. Jaki zawód wykonuje każda z czterech dziewcząt, jeśli wiadomo że:
- Maja i tancerka są wyższe od Dominiki.
- Lidka i malarka urodziły się w styczniu, ale jedna jest o rok starsza od drugiej.
- Pianistka jest najniższa z całej czwórki.
- Wczoraj Zofia i skrzypaczka były na koncercie, a w tym samym czasie Dominika i pianistka na wystawie.

Uzupełnij założenia niezbędne dla jednoznacznego rozwiązania zadania. Zapisz rozumowanie w przejrzystej formie.

Zad. 5. W jaki sposób należy zagiąć kartkę papieru, aby skonstruować trójkąt równoboczny? Opisz kolejne kroki i uzasadnij poprawność konstrukcji.

Zad. 6. Basen pływacki o długości 220 m, szerokości 60 m i głębokości 6 m napełniają dwa krany, z których pierwszy ma wydajność 80 l/h, a drugi – 2 l/min. Jak długo trwa napełnianie basenu? Rozwiąż i skomentuj. Ułóż analogiczne zadanie o podwyższonej trudności.

Zad. 7. a) Oto fragment notatki prasowej: *Na Centralnej Magistrali Kolejowej Pendolino rozpędza się do 200 km/h. Niestety na trasie Wrocław-Warszawa z taką prędkością można jechać tylko na odcinku 80 km. Na pozostałych średnia prędkość wynosi 160 km/h*. Czy jest to wiarygodna notatka?
b) Na trasie przejazdu pendolino pewien trainspotter zmierzył, że jego stanowisko obserwacyjne pociąg minął w ciągu 14 sekund, jadąc z prędkością 108 km/h. Czy to można zaufać jego pomiarom?
Podaj plan rozwiązania tego zadania i wykonaj go. Podaj 3 istotne(!) walory dydaktyczne tego zadania.

Zad. 8. Drewniany sześcienny klocek o krawędzi długości 10 cm pomalowano zieloną farbą, a następnie rozcięto na sześciany jednostkowe. Ile było sześcianików o ustalonej liczbie zielonych ścian?
O co jeszcze można w tym zadaniu zapytać? Ułóż pytania dotyczące trzech różnych zagadnień związanych z tym zadaniem.

Zad. 9. O której godzinie wskazówki zegara są po raz pierwszy w ciągu doby (tzn. po godzinie 24:00)
a) równoległe b) prostopadłe?

Zad.10. Jak wpisać na dyplomie dane uczniów:
Dyplom dla *XYZ* ze Szkoły podstawowej nr 3 w(e) *PQR*
a) Maja Zalewaja, Bielsko-Biała
b) Leo Kośko, Białystok
c) John Fleja, Biała Podlaska
d) Tosia Koper, Strzelce Opolskie
e) Shin Dong, Kudowa Zdrój

EGZAMIN Z METODYKI NAUCZANIA MATEMATYKI 1-2
14 CZERWCA 2017

Zad. 1. Basen pływacki o długości 220 m, szerokości 60 m i głębokości 6 m napełniają dwa krany, z których pierwszy ma wydajność 80 l/h, a drugi – 2 l/min. Jak długo trwa napełnianie basenu? Rozwiąż i skomentuj. Ułóż analogiczne zadanie o podwyższonej trudności.

Zad. 2. W jaki sposób należy zagiąć kartkę papieru, aby skonstruować trójkąt równoboczny? Opisz kolejne kroki i uzasadnij poprawność konstrukcji.

Zad. 3. O której godzinie wskazówki zegara są po raz pierwszy w ciągu doby (tzn. po godzinie 24:00)
a) równoległe b) prostopadłe?

Zad. 4. Ile ważyłby krasnoludek o ludzkiej postaci i wzroście 18 cm? Opisz poszczególne kroki prowadzonego rozumowania.

Zad. 5. Liczba uczniów w klasie w czasie roku szkolnego zmalała o 5%. Natomiast liczba dziewcząt w klasie wzrosła w tym samym czasie z 40% do 50%. O ile procent wzrosła liczba dziewcząt w klasie w ciągu roku szkolnego? Jaki problem porusza to zadanie?

Zad. 6. W trójkącie jeden z boków widać z przeciwległego wierzchołka pod kątem 80°. Pod jakim kątem widać go ze środka okręgu wpisanego w ten trójkąt? Zapisz rozumowanie w postaci dwukolumnowej.

Zad. 7. Dla x i y będących liczbami pierwszymi rozwiąż równanie $x^2 - 42y^2 = 1$ jako równanie:
a) z dwiema niewiadomymi,
b) z niewiadomą x i parametrem y.

Zad. 8. Uzasadnij dwoma sposobami, że 1,(9) = 2.

Zad. 9. Ile jest różnocyfrowych liczb sześciocyfrowych takich, że cyfry 5 i 6 stoją jedna koło drugiej, a pomiędzy nimi i cyfra 1 stoją co najmniej 2 cyfry. Wyjaśnij, w jaki sposób można to obliczyć.

Zad.10. Jak wpisać na dyplomie dane uczniów:
Dyplom dla *XYZ* ze Szkoły podstawowej nr 3 w(e) *PQR*
a) Maja Zalewaja, Bielsko-Biała
b) Leo Kośko, Białystok
c) John Fleja, Biała Podlaska
d) Tosia Koper, Strzelce Opolskie
e) Shin Dong, Kudowa Zdrój

EGZAMIN Z METODYKI NAUCZANIA MATEMATYKI 3
16 CZERWCA 2017

Zad. 1. Ile wynoszą długości krawędzi takiego graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego, którego suma długości krawędzi jest równa 24 i którego pole powierzchni bocznej jest największe. Rozwiąż zadanie dwoma sposobami, w tym korzystając z nierówności między średnimi.

Zad. 2. Danych jest 5 odcinków o długościach 1, 3, 5, 7, 9.Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrane trzy różne odcinki spośród nich są wysokościami jednego trójkąta? Jakie treści nauczania łączy to zadanie?

Zad. 3. Uzasadnij, że w trójkącie ostrokątnym wysokości trójkąta przecinają się w jednym punkcie metodami geometrii: a) syntetycznej, b) wektorowej.

Zad. 4. Oblicz wartość wyrażenia: cos 5° + cos 77° + cos 149° + cos 221° + cos 293°. Użyj metod a) trygonometrycznych, b) wektorowych. Skomentuj rozwiązanie.

Zad. 5. Niech $S_1(n)$ jest sumą cyfr liczby n, $S_2(n) = S_1(S_1(n))$, …, $S_i(n) = S_1^{\,i}(n)$. Ile wynosi $\lim\limits_{n\to\infty} S_i(999\ldots999^2)$, gdzie w zapisie dziesiętnym liczby występuje 100 dziewiątek?
Jakie treści nauczania łączy to zadanie?

Zad. 6. Z szuflady zawierającej 15 par skarpet wyciągnięto losowo 4 sztuki. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród nich a) jest para, b) są dwie pary, c) nie ma pary? Objaśnij rachunki.

Zad. 7. Naszkicuj przekrój sześcianu płaszczyzną zawierającą środki dwóch krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka i wierzchołek najbardziej odeń oddalony. Opisz i uzasadnij poszczególne kroki.

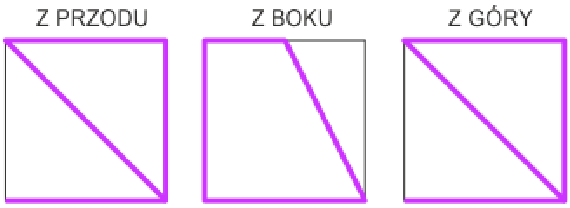
Zad.8. Jak wpisać na dyplomie dane uczniów:
Dyplom dla *XYZ* ze Szkoły Podstawowej nr 3 w(e) *PQR*

a) Maja Zalewaja, Bielsko-Biała
b) Leo Kośko, Białystok
c) John Fleja, Biała Podlaska
d) Tosia Koper, Strzelce Opolskie
e) Shin Dong, Kudowa Zdrój

Zad. 9. Popraw błędy ucznia:
a) geometria Łobaczewskiego, b) geometria Euklidesowa, c) Twierdzenie Pitagorasa, d) twierdzenie sinusów i cosinusów, e) wektory, które są równe i do siebie równoległe mają te same współrzędne, f) Proszę Panią, chciałem się zapytać, czy mam dobry wynik? g) kąty przy podstawie trójkąta są równe, h) przyprostokątne trójkąta są do siebie prostopadłe, a przeciwprostokątna jest największa, i) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \vec{0}$, j) $sin\,(x)$ = 3n, k) trójmian kwadratowy ax^2 + bx +c = 0

EGZAMIN POPRAWKOWY Z METODYKI MATEMATYKI 1
1 WRZEŚNIA 2017

1. Na szklanym sześcianie narysowano linię łamaną zamkniętą. Widzimy widoki tego sześcianu z przodu, z prawej strony i z góry. Odtwórz przebieg pętli na sześcianie, aby zgadzał się z trzema rzutami. Sformułuj odpowiedź na dwa sposoby. Podaj trzy walory dydaktyczne tego zadania.



2. Opisz starannie technikę sprytnego mnożenia przez 3 na liczydle.

3. Opisz sposób wprowadzenia twierdzenia o sumie kątów wewnętrznych trójkąta metodą EZO (tzn. Eksperymentuj – Zauważ – Okaż).

4. Szyna kolejowa wykazywała przez 100 kolejnych dni zadziwiającą własność (zwaną rozszerzalnością termiczną metali): w nocy kurczyła się o 1%, a w dzień o 1% wydłużała. Wytłumacz, czy po takich 100 cyklach (kolejno skurczenie i wydłużenie) szyna jest teraz dłuższa czy krótsza niż przed podjęciem obserwacji. Podaj trzy powody, dlaczego jest to dobre zadanie z matematyki realistycznej.

5. Rozwiąż poniższe zadanie logiczne, stosując metodę diagramu kartezjańskiego.
   Czterech kolegów: Adam, Bazyli, Cezary i Donald pisało w poniedziałek klasówki z czterech przedmiotów: biologii, chemii, fizyki i matematyki. W danym dniu uczeń może pisać tylko jedną klasówkę. Każdy z chłopców pisał ją z innego przedmiotu i każdy dostał inną ocenę: 3+, 4-, 5+, 6. Kto pisał klasówkę z jakiego przedmiotu i jaką dostał ocenę, jeśli wiadomo, że:
   - Bazyli nie dostał oceny "z minusem",
   - klasówkę z fizyki pisał Adam albo Bazyli,
   - chłopiec, który dostał ocenę z minusem, nie pisał klasówki z chemii ani z fizyki,
   - Donald nie dostał najgorszej oceny spośród kolegów, a Bazyli nie dostał najlepszej,
   - chłopiec, który pisał klasówkę z fizyki nie dostał oceny "z plusem",
   - Bazyli ani Cezary nie pisali klasówki z chemii,
   - spośród czterech prac najgorzej oceniona została klasówka z przedmiotu innego niż matematyka.

6. Jakie cyfry można wpisać w miejsce znaków * i #, aby liczba 45*67#, była podzielna przez 18? Uzasadnij odpowiedź, podając fakty, z których korzystasz.

7. Dana jest kwadratowa kartka z narysowaną prostą *a*. W jaki sposób należy ją zagiąć, aby uzyskać prostą do *a*:a) równoległą, b) prostopadłą.

8. Wyprowadź zależność na pole dowolnego czworokąta wypukłego, wykorzystując następującą procedurę: narysuj czworokąt wypukły i zaznacz środki jego boków, zaznacz na czerwono odcinek łączący środki przeciwległych boków, na zielono odcinek prostopadły do czerwonego, który przechodzi przez trzeci środek boku, a na niebiesko – prostopadły do czerwonego przechodzący przez czwarty środek, rozetnij czworokąt wzdłuż kolorowych odcinków i złóż te części tak, aby otrzymać figurę o polu łatwym do obliczenia.

9. O której godzinie wskazówki zegara po raz pierwszy w ciągu doby (tzn. po godz. 24:00) pokrywają się?

10. Uzupełnij tekst, wstawiając słowa i litery z nawiasów w poprawnej formie. Podczas klasowej wycieczki obejrzymy (średniowiecze) pręgie(rz/ż) na (rynek starego miasta) i wa(ch/h)hadło (fuko) w (gdańsk wrzeszcz) oraz porozmawiamy o historii ze studentami (politechnika gdańska) będącymi rodowitymi (mieszkaniec gdańska – jedno słowo) Wcześniej opracujemy informacje na podstawie przewodnika autorstwa (Leo Zawieja) – rdzennego (mieszkaniec Pomorza – jedno słowo), pochodzenia (francuz).

EGZAMIN POPRAWKOWY Z METODYKI MATEMATYKI 1-2
1 WRZEŚNIA 2017

1. Opisz sposób wprowadzenia twierdzenia o sumie kątów wewnętrznych trójkąta metodą EZO (tzn. Eksperymentuj – Zauważ – Okaż).

2. Jakie cyfry można wpisać w miejsce znaków * i #, aby liczba 45*67#, była podzielna przez 18? Uzasadnij odpowiedź, podając fakty, z których korzystasz.

3. Dana jest kwadratowa kartka z narysowaną prostą *a*. W jaki sposób należy ją zagiąć, aby uzyskać prostą do *a*:a) równoległą, b) prostopadłą.

4. Wyprowadź zależność na pole dowolnego czworokąta wypukłego, wykorzystując następującą procedurę: narysuj czworokąt wypukły i zaznacz środki jego boków, zaznacz na czerwono odcinek łączący środki przeciwległych boków, na zielono odcinek prostopadły do czerwonego, który przechodzi przez trzeci środek boku, a na niebiesko – prostopadły do czerwonego przechodzący przez czwarty środek, rozetnij czworokąt wzdłuż kolorowych odcinków i złóż te części tak, aby otrzymać figurę o polu łatwym do obliczenia.

5. Szyna kolejowa wykazywała przez 100 kolejnych dni zadziwiającą własność (zwaną rozszerzalnością termiczną metali): w nocy kurczyła się o 1%, a w dzień o 1% wydłużała. Wytłumacz, czy po takich 100 cyklach (kolejno skurczenie i wydłużenie) szyna jest teraz dłuższa czy krótsza niż przed podjęciem obserwacji. Podaj trzy powody, dlaczego jest to dobre zadanie z matematyki realistycznej.

6. Uzasadnij, że rozwinięcie binarne nieskończone nieokresowe przedstawia liczbę niewymierną.

7. Przez jaką liczbę naturalną są podzielne liczby postaci $[(n+4)/2] + 3n - 2\cdot(-1)^n$, gdzie n jest liczbą naturalną, a $[a]$ oznacza część całkowitą liczby a.

8. O której godzinie wskazówki zegara po raz pierwszy w ciągu doby (tzn. po godz. 24:00) pokrywają się?

9. Który z równoległoboków wpisanych w dany prostokąt o bokach równoległych do przekątnych tego prostokąta ma największy obwód? Ile on wynosi?

10. Uzupełnij tekst, wstawiając słowa i litery z nawiasów w poprawnej formie. Podczas klasowej wycieczki obejrzymy (średniowiecze) pręgie(rz/ż) na (rynek starego miasta) i wa(ch/h)hadło (fuko) w (gdańsk wrzeszcz) oraz porozmawiamy o historii ze studentami (politechnika gdańska) będącymi rodowitymi (mieszkaniec gdańska – jedno słowo) Wcześniej opracujemy informacje na podstawie przewodnika autorstwa (Leo Zawieja) – rdzennego (mieszkaniec Pomorza – jedno słowo), pochodzenia (francuz).

EGZAMIN POPRAWKOWY Z METODYKI NAUCZANIA MATEMATYKI 3
4 WRZEŚNIA 2017

Zad. 1. Ile pierwiastków dodatnich, a ile ujemnych ma wielomian $W(x) = x^{2017}+x-1$? Starannie uzasadnij odpowiedź.

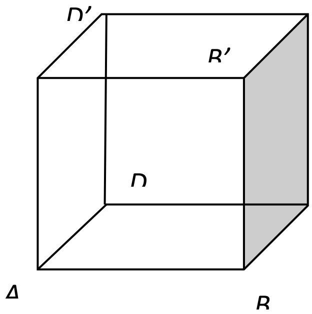
Zad. 2. a) Naszkicuj rozwiązanie równania z dwiema niewiadomymi $(x^2 - 1)(|x^2 - y^2|) = 0$.
b) Podaj równanie o rozwiązaniu $\{(1,1), (1, -1),(-1, 1) , (-1, -1)\}$.
Jakie błędy w edycji tekstu matematycznego popełniono w powyższych zapisach?

Zad. 3. W kwadracie *PQRS* łuk *QS* jest ćwiartką okręgu o środku w *P*. Ze środka boku *QR* poprowadzono styczną do tego łuku, która przecięła bok *RS* w punkcie *T*. W jakim stosunku T podzielił bok?

Zad. 4. Wykaż, że w każdym równoległoboku suma kwadratów długości przekątnych jest równa sumie kwadratów długości boków a) syntetycznie, b) wektorowo, c) analitycznie (szkic).

Zad. 5. Uzasadnij (korzystając tylko z definicji niewymierności), że rozwinięcie binarne nieskończone nieokresowe przedstawia liczbę niewymierną. Jakie treści nauczania łączy to zadanie?

Zad. 6. W urnie jest 13 kul białych i 14 czarnych. Wybieramy losowo 2 kule. Jeśli mają ten sam kolor, wrzucamy na ich miejsce kulę czarną, a jeśli różne kolory – białą.
Powtarzamy ten proces do momentu, aż w pudełku zostanie jedna kula.
Jakie jest prawdopodobieństwo, że będzie ona czarna?



Zad. 7. Przekrój sześcianu *ABCDA*'*B*'*C*'*B*' o krawędzi długości 3 zawiera wierzchołek *A* oraz środki krawędzi *BB*' oraz *DD*'. Oblicz pole tego przekroju.

Zad. 8. Uzupełnij tekst, wstawiając słowa i litery z nawiasów w poprawnej formie.
Podczas klasowej wycieczki obejrzymy (średniowiecze) pręgie(rz/ż) na (rynek starego miasta) w Gdańsku i wa(ch/h)adło (fuko) w (gdańsk wrzeszcz) oraz porozmawiamy o historii ze studentami (politechnika gdańska) będącymi rodowitymi (mieszkaniec gdańska – jedno słowo) Wcześniej opracujemy informacje na podstawie przewodnika autorstwa (Leo Zawieja) – rdzennego (mieszkaniec Pomorza – jedno słowo), pochodzenia (francuz).

EGZAMIN Z METODYKI NAUCZANIA MATEMATYKI 2
7 LUTEGO 2018

Zad. 1. Uczeń rozwiązał następujące zadanie: Przez $p_1, \ldots, p_n$ oznaczamy wszystkie liczby pierwsze nie większe od p_n. Czy liczba $p_1 \cdot \ldots \cdot p_n + 1$ jest pierwsza? Oto jego rozumowanie:
Liczba $p_1 \cdot \ldots \cdot p_n + 1$ daje resztę 1 z dzielenia przez wszystkie liczby pierwsze nie przekraczające p_n. Skoro nie ma żadnego dzielnika pierwszego, to sama jest pierwsza, co kończy dowód.
Oceń i skomentuj to rozwiązanie.

Zad. 2. W ciągu ostatniego roku pensja prezesa firmy "Graty na raty" wzrosła o 400 zł, a jego sekretarki o 4%. Skutkiem tego ich średnia pensja wzrosła o 300 zł, czyli o 2%. Ile obecnie zarabia sekretarka, a ile prezes?

Zad. 3. Okręgi o promieniach 5 cm i 12 cm są styczne wewnętrznie. Prosta przechodząca przez punkt styczności wyznacza w każdym z okręgów cięciwę. Jedna z nich ma długość 8 cm. Jaką długość ma druga? Zapisz rozumowanie w postaci dwukolumnowej.

Zad. 4. Jeśli człowieka o wzroście 180 cm i wadze 80 kg zmniejszymy do rozmiarów krasnoludka o wzroście 18 cm, to ile kg będzie ważył? Oblicz i skomentuj.

Zad. 5. W zbiorze **R** uczeń rozwiązał równanie $x^2 + x + 1 = 0$. Zrobił to następująco:
Ponieważ zero nie jest pierwiastkiem tego równania, możemy obie jego strony podzielić przez x, otrzymując równanie równoważne: $x + 1 + 1/x = 0$, skąd (*) $1/x = -(x+1)$. Wyjściowe równanie jest też równoważne równaniu (**) $x^2 = -(x+1)$. Przyrównując prawe strony powyższych równań (*) i (**) otrzymujemy: $1/x = x^2$, skąd $x^3 = 1$. Zatem pierwiastkiem tego równania jest 1 i podstawiając go do równania wyjściowego (równoważnego temu ostatniemu) otrzymujemy: $1^2 + 1 + 1 = 0$, czyli $3 = 0$.
Wskaż popełnione błędy i skomentuj.

Zad. 6. Sklejono ścianami trójkątnymi czworościan foremny o krawędzi a i ostrosłup czworokątny, którego wszystkie krawędzie mają długość a. Ile ścian, wierzchołków i krawędzi ma otrzymany wielościan?

Zad. 7. Liczbę x można zapisać ósemkowo jako ułamek z pięcioma miejscami po przecinku. Co można powiedzieć o zapisie x w systemie: a) piątkowym, b) dziesiętnym? Uzasadnij odpowiedź.

Zad. 8. O co należy zapytać ucznia, wypisując „dyplom dla XY", jeśli nazywa się on/ona:
a) Kuba Moc, b) Maja Opluta, c) Sasza Leki. Jaką formę wpisać na dyplomie?

Zad. 9. Zapisz słowami poprawne połączenia liczebnika „półtora" z podanymi rzeczownikami: mila, raz, procent punkt

EGZAMIN Z METODYKI NAUCZANIA MATEMATYKI 1-2
7 LUTEGO 2018

Zad. 1. Trzy lata temu Adam był cztery razy starszy od Bolka, a za trzy lata będzie dwa razy starszy. Czy to możliwe? Ile razy Adam był starszy od Bolka 5 lat temu? Zanotuj starannie rozwiązanie.

Zad. 2. Czy istnieje trójkąt, którego długości wszystkich wysokości są większe od 2 m, a jego pole jest mniejsze od 2 m^2? Odpowiedź starannie uzasadnij

Zad. 3. W trójkącie o najkrótszym boku długości 4 i wysokości o długości 3 opuszczonej na najdłuższy bok, miary kątów rosną co 15°. Jaką długość ma najdłuższy bok tego trójkąta? Rozwiąż i skomentuj.

Zad. 4. Sześcian ma objętość 216 m^3. Jakie będzie pole powierzchni bryły powstałej po wycięciu z sześcianu prostopadłościennego kawałka o wymiarach 1 m × 1 m × 2 m, tak jak na rysunku?

Zad. 5. Uzasadnij wszystkie implikacje, jakie zachodzą miedzy zdaniami:
(a) Liczba n dzieli się przez 40.
(b) Iloraz n przez 10 jest liczbą całkowitą podzielną przez 4.
(c) Liczba n kończy się zerem, a jej trzycyfrowa końcówka stanowi liczbę podzielną przez 8.
(d) Czterocyfrowa końcówka liczby n stanowi liczbę podzielną przez 40.

Zad. 6. Uczeń rozwiązał następujące zadanie: Przez $p_1, \ldots, p_n$ oznaczamy wszystkie liczby pierwsze nie większe od p_n. Czy liczba $p_1 \cdot \ldots \cdot p_n + 1$ jest pierwsza? Oto jego rozumowanie:
Liczba $p_1 \cdot \ldots \cdot p_n + 1$ daje resztę 1 z dzielenia przez wszystkie liczby pierwsze nie przekraczające p_n. Skoro nie ma żadnego dzielnika pierwszego, to sama jest pierwsza, co kończy dowód.
Oceń i skomentuj to rozwiązanie.

Zad. 8. Okręgi o promieniach 5 cm i 12 cm są styczne wewnętrznie. Prosta przechodząca przez punkt styczności wyznacza w każdym z okręgów cięciwę. Jedna z nich ma długość 8 cm. Jaką długość ma druga? Zapisz rozumowanie w postaci dwukolumnowej.

Zad. 9. W zbiorze **R** uczeń rozwiązał równanie $x^2 + x + 1 = 0$. Zrobił to następująco:
Ponieważ zero nie jest pierwiastkiem tego równania, możemy obie jego strony podzielić przez x, otrzymując równanie równoważne: $x + 1 + 1/x = 0$, skąd (*) $1/x = -(x+1)$. Wyjściowe równanie jest też równoważne równaniu (**) $x^2 = -(x+1)$. Przyrównując prawe strony powyższych równań (*) i (**) otrzymujemy:$1/x = x^2$, skąd $x^3 = 1$. Zatem pierwiastkiem tego równania jest 1 i podstawiając go do równania wyjściowego (równoważnego temu ostatniemu) otrzymujemy: $1^2 + 1 + 1 = 0$, czyli $3 = 0$.
Wskaż popełnione błędy i skomentuj.

Zad. 10. Sklejono ścianami trójkątnymi czworościan foremny o krawędzi a i ostrosłup czworokątny, którego wszystkie krawędzie mają długość a. Ile ścian, wierzchołków i krawędzi ma otrzymany wielościan?

Zad. 11. Liczbę x można zapisać ósemkowo jako ułamek z pięcioma miejscami po przecinku. Co można powiedzieć o zapisie x w systemie: a) piątkowym, b) dziesiętnym? Uzasadnij odpowiedź.

Zad. 12. O co należy zapytać ucznia, wypisując „dyplom dla *XY*", jeśli nazywa się on/ona:
a) Kuba Moc, b) Maja Opluta, c) Sasza Leki. Jaką formę wpisać na dyplomie?

Zad. 13. Zapisz słowami poprawne połączenia liczebnika „półtora" z podanymi rzeczownikami: mila, raz, procent punkt

EGZAMIN Z METODYKI NAUCZANIA MATEMATYKI 2
12 CZERWCA 2018

Zad. 1. Niech M będzie środkiem boku AB kwadratu $ABCD$, zaś E – punktem przecięcia przekątnej BD z odcinkiem CM. Ile wynosi stosunek $|EB|:|EM|$? Rozwiązanie zapisz w postaci dwukolumnowej.

Zad. 2. Podaj rozwiązanie równania $x^2 + 2xy + y^2 - z^2 = 9$ w liczbach naturalnych Rozwiąż zadanie cytując fakty, z których korzystasz. Podaj odpowiedź i skomentuj treść zadania.

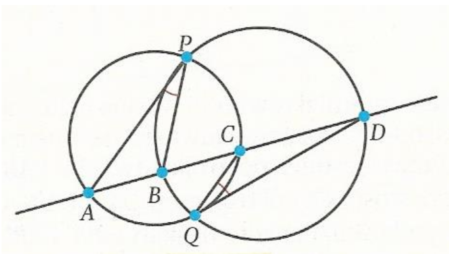
Zad. 3. Suma liczb od 1 do 101:

$$1 + 2 + 3 + 4 + ... + 100 + 101$$

wynosi 5151. Niektóre znaki dodawania zastępujemy w niej znakami odejmowania, tak by otrzymać wynik 2018. Czy jest to możliwe? Jeśli tak, to ile minimalnie plusów trzeba zastąpić minusami by ten wynik osiągnąć? Rozwiąż zadanie, a następnie popraw błędy metodyczne w jego treści.

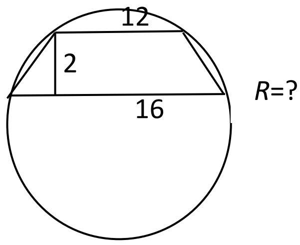
Zad. 4. Jak konstrukcyjnie podzielić dane koło z zaznaczonym środkiem na 9 części o równych polach? Podaj co najmniej 2 rozwiązania. Skomentuj treść zadania, oceniając stopień jego trudności.

Zad. 5. Dane są dwa okręgi przecinające się w punktach P i Q. Prosta przecina te okręgi w punktach A, B, C, D. Udowodnij, że miary kątów APB i CQD są równe. Rozwiąż zadanie. Czy rysunek jest w tym zadaniu niezbędny i czy jest wykonany poprawnie?



Zad. 6. Adaś stoi wewnątrz ostrego kąta dwuściennego utworzonego przez dwie pionowe tafle lustra. Chce zaświecić sobie w oczy światłem własnej latarki, ale tak, by odbiło się ono od obu luster. Co ma zrobić? Uzasadnij odpowiedź. Figurę o jakiej własności utworzy wówczas promień światła?

Zad. 7. Sformułuj treść zadania z rysunku i rozwiąż je (odcinki o podanych długościach są poziome lub pionowe). Zacytuj twierdzenia, z których korzystasz.



Zad. 8. Podaj z uzasadnieniem własność środkowych trójkąta.

Zad. 9. Dany jest ostrosłup prawidłowy $ABCDEFW$, w którym $\vec{p} = \overrightarrow{AB}, \vec{q} = \overrightarrow{AF}, \vec{r} = \overrightarrow{AW}$. Za pomocą wektorów $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ wyznacz wektory o początku w A i końcu w środku: a) odcinka BC, b) odcinka CW, c) ciężkości trójkąta ABW, d) ciężkości trójkąta CDW.

Zad. 10. Jakiego diagramu najlepiej użyć do prezentacji tych danych?

a) liczba uczniów w szkole z podziałem na klasy i płci
b) wzrost uczniów szkoły w centymetrach
c) maksymalna głębokość polskich jezior

Zad. 11. Zapisz w odpowiednich przypadkach „Dyplom dla, …: pochodzącego z….”.

a) Leo Hoja, Tychy
b) Steve Oczeretko, Siechnice
c) Rozalia Degas, Miękinia

Zad. 12. Ułóż sensowne zdania ze słowami:

a) liczba i ilość
b) policz i oblicz
c) punktu i punkta

EGZAMIN Z METODYKI NAUCZANIA MATEMATYKI 1
29 CZERWCA 2018

Zad. 1. Do podanych cyfr 123451234… dopisz taką cyfrę jedności, aby powstała liczba była podzielna przez: a) 6, b) 9, c) 18. Rozwiąż zadanie, cytując fakty, z których korzystasz. Skomentuj jego treść.

Zad. 2. Ile jest liczb trzycyfrowych podzielnych przez: a) 5 i 6, b) 4 i 6, c) 7 lub 11. Przedstaw przeprowadzone rachunki i skomentuj treść zadania.

Zad. 3. Miary kątów pewnego trójkąta równoramiennego ostrokątnego wyrażają się całkowitą liczbą stopni. Jakie miary mają pozostałe kąty, jeśli jeden z kątów trójkąta ma miarę: a) 30°, b) 55°, c) 75°? Rozwiąż oraz skomentuj treść zadania.

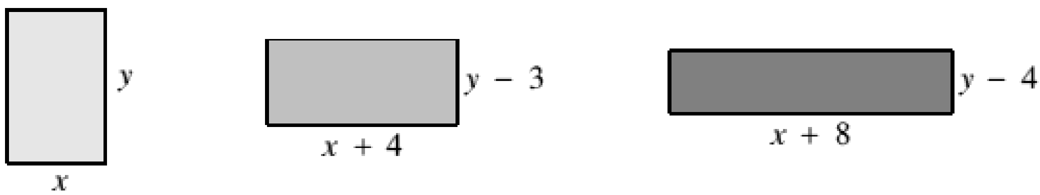
Zad. 4. Zapisz podane liczby w postaci sumy odwrotności dwóch różnych liczb całkowitych:
a) ½, b) $^{1}/_{3}$, c) ¼. Opisz zastosowaną metodę i uogólnij obserwacje.

Zad. 5. Ile wynosi $2018^2 - 2017^2$? Przedstaw metodę rozwiązania i uogólnij obserwacje.

Zad. 6. Dokończ zdania i uzasadnij swoje odpowiedzi. Jeśli wszystkie wymiary prostopadłościanu zwiększymy dwa razy, to jego: a) obwód podstawy …, b) pole powierzchni bocznej..., c) objętość ….

Zad. 7. W trójkącie *ABC* wybrano punkt *D* będący środkiem boku *BC*. Który z punktów *B* i *C* leży bliżej prostej *AD*? Dlaczego?

Zad. 8. Trzy prostokąty z rysunku mają jednakowe pola. Ile wynoszą ich obwody? Rozwiąż zadanie i skomentuj rozwiązanie.



Zad. 9. Ile cyfr ma najmniejsza wielokrotność liczby 99, która zapisuje się w systemie dwunastkowym tylko za pomocą cyfr 0 i 1?

Zad. 10. Dana jest kwadratowa kartka z narysowanym odcinkiem. Przez zaginanie papieru skonstruuj odcinek do danego: a) równoległy, b) prostopadły. Podaj opis i uzasadnienie poprawności konstrukcji.

Zad. 11. Zapisz w odpowiednich przypadkach „Dyplom dla …, pochodzącego z ….".

a) Bruno Hoja, Tychy
b) Steve Oczeretko, Siechnice
c) Rozalia Degas, Miękinia

Zad. 12. Ułóż sensowne zdania ze słowami:

a) liczba i ilość
b) policz i oblicz
c) punktu i punkta

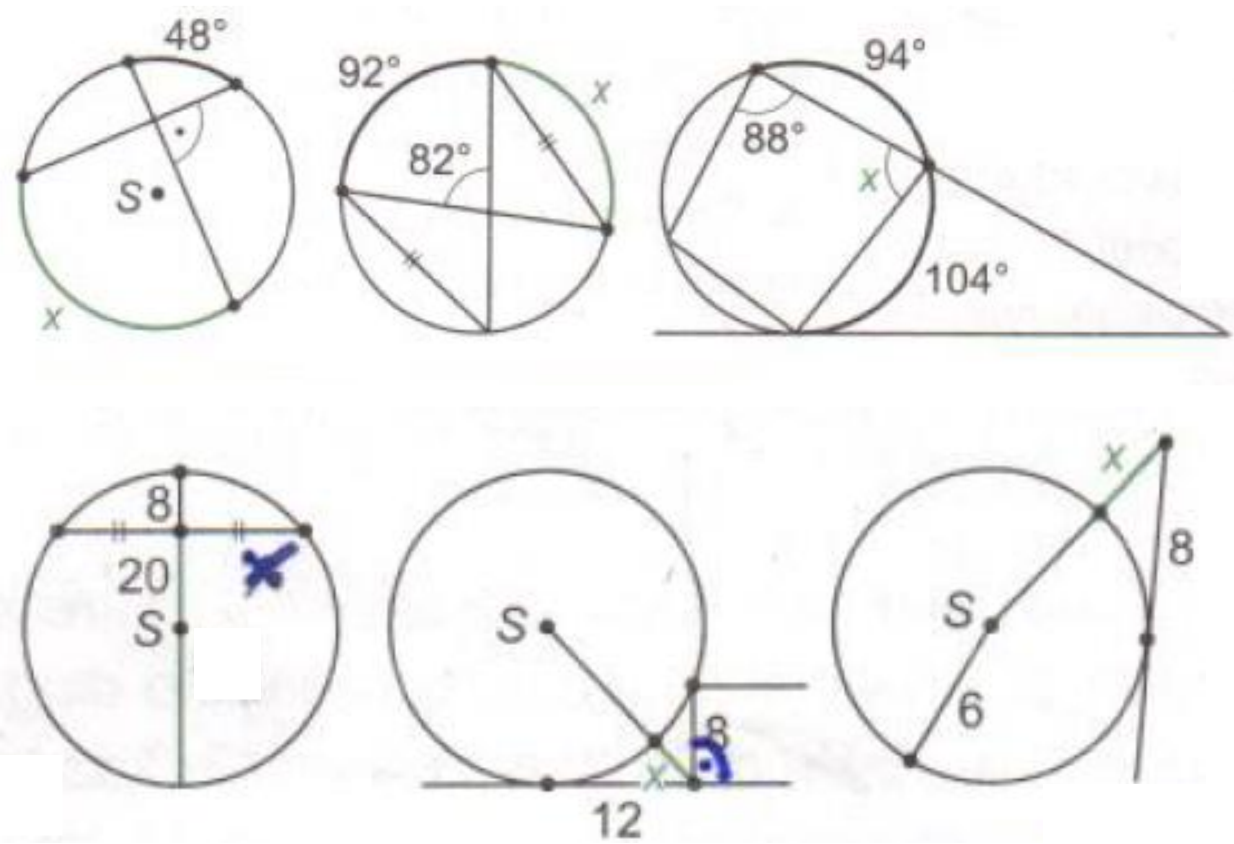
Zad. 1. Podaj rozwiązanie poniższego równania, traktując je jako równanie
a) z dwiema niewiadomymi b) z niewiadomą *y* i parametrem *x*.
Skomentuj walory lub wady dydaktyczne tego zadania.

$$y=\sqrt{x\cdot\frac{\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}+1}-\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}-1}}{\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}+1}+\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}-1}}}$$

Zad. 2. a) Dokończ: *Okrąg można opisać na czworokącie wypukłym, wtedy i tylko wtedy gdy…*
b) Uzasadnij poniższy fakt. Rozumowanie zapisz w postaci dwukolumnowej.

Dany jest wypukły czworokąt *ABCD*, którego przekątne przecinają się w punkcie *S*. Na tym czworokącie można opisać okrąg, wtedy i tylko wtedy gdy $|AS|\cdot|SC| = |BS|\cdot|SD|$.

Zad. 3. Oblicz wielkość *x* na każdym z rysunków poniżej. Zacytuj twierdzenia, z których korzystasz. Na łukach odnotowano miary kątów środkowych na nich opartych, *S* oznacza środek okręgu, długości odcinków zaznaczone są pomiędzy najbliższymi kropkami.



Zad. 4. Poniższe diagramy ilustrują wyniki matury w Polsce w roku 2011 z
a) języka polskiego, b) matematyki.

4.1. Co to za diagramy? W jakim celu się ich używa?
4.2. Skomentuj to, co widzisz na diagramach.
4.3. Zinterpretuj przedstawione wyniki i wyciągnij z nich praktyczne wnioski.

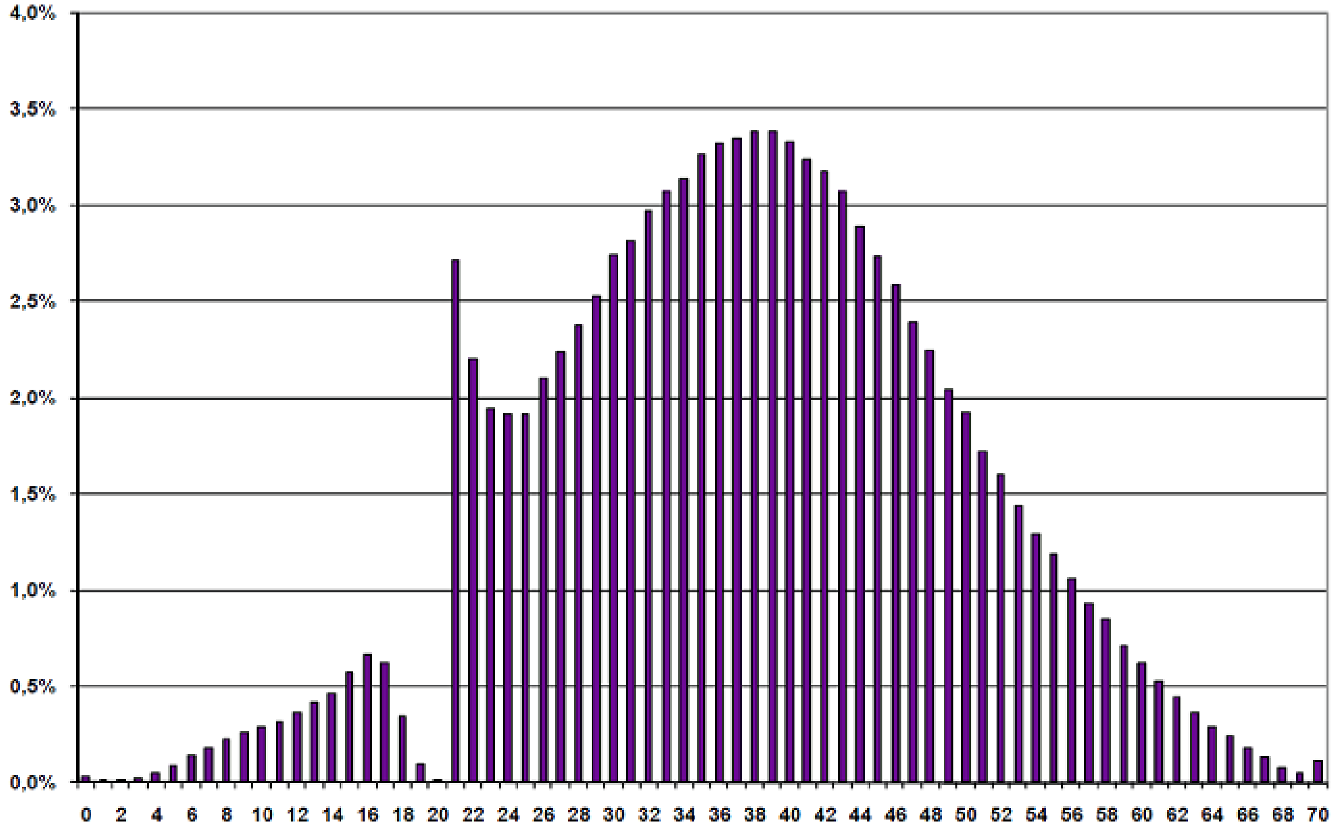


diagram a

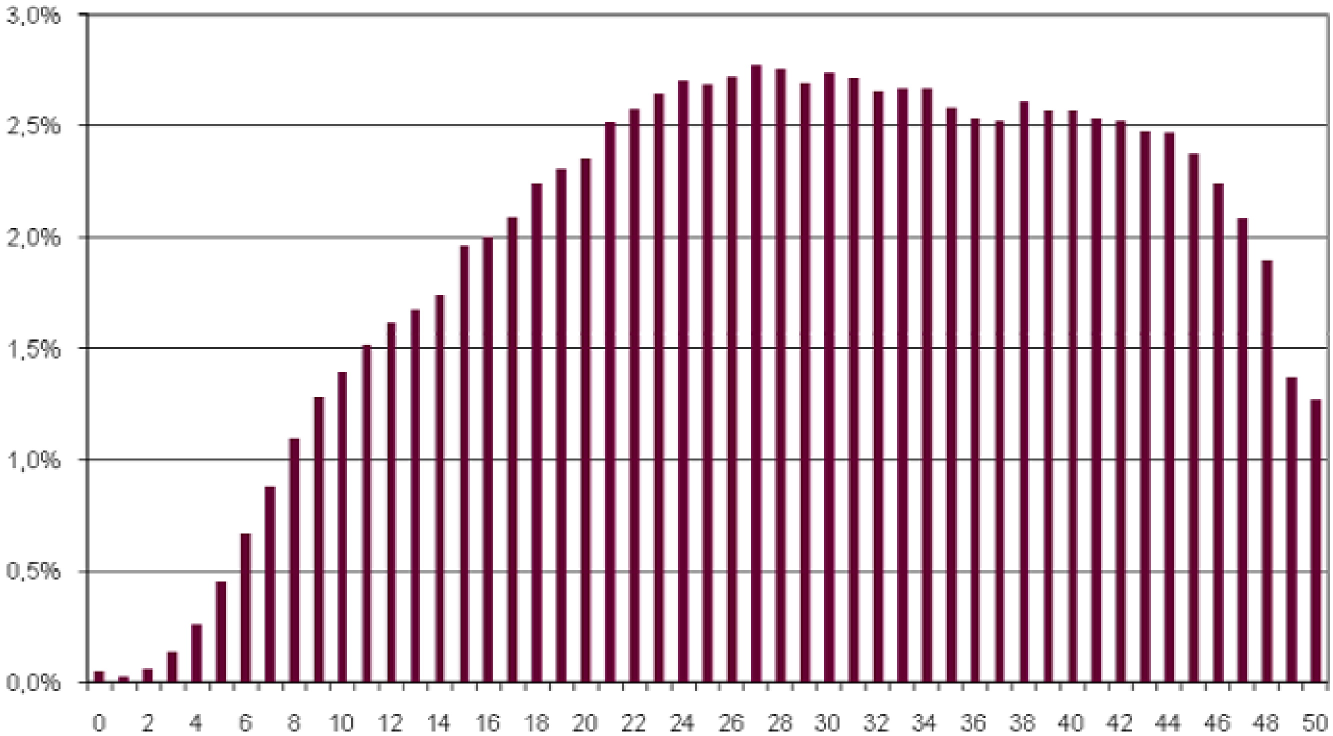


diagram b

5. (7 p.) Czy uwzględnienie w definicji liczby wymiernej warunku względnej pierwszości dzielnej i dzielnika jest błędem? Podaj dwie przyczyny, dla których się go nie dodaje.

6. (1,5 p.) Podaj definicję liczby niewym.

7. (10 p.) O każdym zdaniu zapisz, czy to prawda, czy nie, a jeśli nie – uzasadnij.

a) Suma dwóch liczb niewymiernych dodatnich jest niewymierna.

b) $\log_3 24 \notin \mathbf{Q}$

c) $33,(3)_4 = 16$

d) Każda liczba wymierna poza zerem ma nieskończone rozwinięcie dziesiętne.

e) Liczba, której rozwinięcie trójkowe jest nieskończone nieokresowe, jest niewymierna.

f) Jeśli sześcian liczby naturalnej *n* dzieli się przez liczbę pierwszą *p*, to również *n* dzieli się przez *p*.

g) Dla *x*, *y*, *z* naturalnych dodatnich $xy|z \ \Leftrightarrow\ (x|z \text{ i } y|z)$.

8. (7 p.) Możliwie najprościej sprawdź na poziomie I klasy LO, czy 70707070770777077070770 dzieli się przez 210. Starannie zapisz rozumowanie!

9. (10 p.) Zapisz i udowodnij cechę podzielności przez 8 w systemie dwójkowym.

10. (2 p.) Skomentuj w jednym do trzech zdań każdy z poniższych sposobów odczytania liczby 3,2.

a) trzy dwa b) trzy przecinek dwa c) trzy przecinek dwie dziesiąte

d) trzy i dwie dziesiąte e) trzy całe i dwie dziesiąte

11. (2,5 p.) Popraw wszystkie błędy w wypowiedzi:

Następnie drugi raz korzystając z pitagorasa bok AB wyjdzie równy bokowi XY.

12. (10 p.) Uczeń VIII klasy SP rozwiązał zadanie: *Do 25-procentowej solanki dolano hektolitr wody i otrzymano solankę 20-procentową. Ile jest tej solanki?*

Dane: 75% - wody w 1 roztworze

80% - woda puźniej

75 – x

80 – x+100

Kożystam z proporcji: 75x+100 = 80x

-5x = -100 /-5

x = 20

Solanki jest 20 litrów.

Jakimi uwagami dla ucznia opatrzył[a]byś to rozwiązanie i jaką ocenę za nie wystawił[a]?